

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

1. Ολίσθηση άκαμπτου στερεού σώματος (block) με τη δράση εξιδανικευμένων παλμών επιτάχυνσης.....	2
1.1 Περίληψη	2
1.2 Πρόλογος.....	3
1.2.1 Παλμοί στη Σεισμική Μηχανική.....	3
1.2.2 Πρότυπο block ολίσθησης	3
1.4 Κλειστές λύσεις.....	10
1.4.1 Διέγερση μισού κύκλου	10
1.4.2 Διέγερση πλήρους κύκλου	19
1.6 Ασυμμετρία Τριβής.....	47
1.7 Στατική έναντι δυναμικής τριβής.....	51
1.8 Σύγκριση με λύσεις από τη βιβλιογραφία.....	62
1.9 Παραδείγματα εφαρμογής.....	64
1.9.1 Αμφίπλευρη ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο.....	64
1.9.2 Αμφίπλευρη ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο.....	64
1.10 Συμπεράσματα	65
2. Απόκριση σε λικνισμό και κριτήρια ανατροπής στερεών σωμάτων (rigid blocks).....	67
2.1 Σύνοψη	67
2.2 Πρόλογος.....	67
2.3 Ορισμός του προβλήματος και των παραμέτρων.....	68
2.3.1 Έναρξη του λικνισμού	71
2.3.2 Εξισώσεις Κίνησης	74
2.4 Λύσεις	74
2.4.1 Απόκριση λικνισμού	74
2.4.2 Κριτήριο ανατροπής.....	76
2.4.3 Μέγιστη απόκριση λικνισμού	83
2.4.4 Χρόνος κρούσης.....	89
2.5 Συζήτηση.....	94
2.6 Συμπεράσματα	96

1. ΟΛΙΣΘΗΣΗ ΑΚΑΜΠΤΟΥ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ (BLOCK) ΜΕ ΤΗ ΔΡΑΣΗ ΕΞΙΔΑΝΙΚΕΥΜΕΝΩΝ ΠΑΛΜΩΝ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗΣ

1.1 ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Διατυπώνονται νέες αναλυτικές λύσεις για την ολίσθηση στερεού σώματος επί επιπέδου τριβής σε εξιδανικευμένους εδαφικούς παλμούς. Οι διεγέρσεις αυτές είναι ενδεικτικές σεισμικών κινήσεων εγγύς πεδίου επηρεασμένες από την κατευθυντικότητα της σεισμικής πηγής, όταν η διάρρηξη πλησιάζει μια τοποθεσία (και το δiάνυσμα ολίσθησης έχει φορά προς την τοποθεσία) και μπορούν να προκαλέσουν μεγάλες μόνιμες παραμορφώσεις καθώς δεν υπάρχει ουσιαστική αντίσταση τριβής στην ολισθαίνουσα επιφάνεια. Ο σκοπός της παρούσας μελέτης είναι τριπλός: 1) η εξαγωγή αναλυτικών λύσεων για έναν ευρύ αριθμό εξιδανικευμένων παλμών, 2) η διερεύνηση της ολίσθησης υπό συμμετρική και ασύμμετρη τριβή κάτω από συνθήκες μονόπλευρης και αμφίπλευρης διέγερσης, 3) η διερεύνηση εναλλακτικών κανονικοποιήσεων της μέγιστης ολίσθησης αναφορικά με τις μέγιστες τιμές της επιτάχυνσης, της ταχύτητας, της διάρκειας και της μορφής. Χρησιμοποιείται μια γενικευμένη εκθετική συνάρτηση μιας παραμετρικής μορφής, ικανή να προσομοιώσει άπειρο αριθμό κυματικών παλμών διέγερσης. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται υπό τη μορφή αδιάστατων σχέσεων κλειστής μορφής και γραφημάτων τα οποία βοηθούν στην εμβάθυνση της φυσικής σημασίας του μη γραμμικού προβλήματος.

1.2 ΠΡΟΛΟΓΟΣ

1.2.1 Παλμοί στη Σεισμική Μηχανική

Οι χωρίς προηγούμενο εδαφικές κινήσεις που καταγράφηκαν στους σεισμούς του Northridge (1994), Kobe (1995) και Chi-Chi (1999) και η καταστρεπτικότητα των σεισμικών κινήσεων εγγύς πεδίου έχουν εξελιχθεί σε μείζον ερευνητικό πεδίο της σεισμικής μηχανικής και σεισμολογίας. Οι κινήσεις αυτές είναι το αποτέλεσμα της κατευθυντικότητας της σεισμικής πηγής, όταν η διάρρηξη πλησιάζει μια τοποθεσία (και το διάνυσμα ολίσθησης έχει φορά προς την τοποθεσία), σε απόσταση εντός περίπου 10 έως 15 χιλιομέτρων από το ρήγμα. (Stewart et al. 2001). Οι προκύπτουσες εδαφικές κινήσεις έχουν τη μορφή παλμών μεγάλου εύρους, μεγάλης διάρκειας, πολωμένων στη διεύθυνση κάθετα στο διάνυσμα ολίσθησης, οι οποίοι εντοπίζονται στην αρχή του σεισμικού κραδασμού (Mavroeidis et al. 2004, Kempton & Stewart 2006). Η μελέτη αυτών των διεγέρσεων κρίνεται επιθυμητή, καθώς υπάρχουν σαφείς ενδείξεις ότι και μόνον μια μικρή χρονική διακοπή στη χρονική ιστορία, σχετιζόμενη με τον παλμό, συνεισφέρει στις περισσότερες από τις ανελαστικές σεισμικές απαιτήσεις. Για το σκοπό αυτό διατίθενται ολοκληρωμένοι κατάλογοι παλμικών κινήσεων. (Mavroeidis et al. 2004). Έχουν επίσης αναφερθεί προσπάθειες μοντελοποίησης παλμών από ιδεατά σήματα (Rodriguez-Marek 2000, Mylonakis & Reinhorn 2001, Mavroeidis et al. 2004, Cuesta & Aschheim 2004, Makris & Black 2004, Tang & Zhang 2010).

1.2.2 Πρότυπο block ολίσθησης

Η απόκριση των ενδόσιμων κατασκευών σε πραγματικές χρονο - ιστορίες που περιέχουν έναν μεγάλο αριθμό μη κανονικών κύκλων, έχει εξεταστεί αναλυτικά από τη δεκαετία του 1960 για μια ποικιλία κατασκευαστικών και γεωτεχνικών συστημάτων που υπακούουν σε διαφορετικές σχέσεις δύναμης - μετακίνησης (Veletsos & Newmark 1964, Newmark & Rosenblueth 1971, Makdisi & Seed 1978, Whitman & Liao 1985, Ambraseys & Menu 1988, Miranda & Bertero 1994, Wartman et al. 2003). Το προφανώς απλούστερο πρόβλημα της απόκρισης υπό συνθήκες τριβής σε απλούς παλμούς έχει διερευνηθεί σε πολύ μικρότερο βαθμό. Αν και εξιδανικευμένα, τα ολισθαίνοντα βάρη (blocks) είναι ευρέως αποδεκτά για την προσομοίωση ενός αριθμού μηχανικών συστημάτων τα οποία περιλαμβάνουν τοίχους αντιστήριξης, πρανή, θεμέλια, τοιχοποιία και συσκευές σεισμικής μόνωσης. (Σχ. 1.1). Η μελέτη των απλών κυματικών μορφών είναι θελκτική καθώς οι κινήσεις αυτές επιτρέπουν συχνά την επίτευξη λύσεων κλειστού τύπου, οι οποίες έχουν προφανή πλεονεκτήματα έναντι των αριθμητικών. Οι λιγότερες διαθέσιμες μελέτες (Biggs 1964, Newmark 1965, Sarma 1975, Conte & Dente 1989, Yegian et al. 1991) περιορίζονται σε μικρές ομάδες κυματικών μορφών (επί το πλείστον ορθογωνικής, ημιτονοειδούς και τριγωνικής μορφής), διάρκειας μισού κύκλου και μονόπλευρης ολίσθησης υπό συνθήκες σταθερής τριβής. Τα αποτελέσματα της έρευνας αυτής έδειξαν τη δυνατότητα εξαγωγής κλειστών λύσεων για μια ευρύτερη ομάδα παλμικών σχημάτων και κύκλων διέγερσης, περιλαμβάνοντας παράγοντες όπως η ευκαμψία του συστήματος, οριακό στρώμα κόλλησης - αποκόλλησης, και μεταβλητή τριβή. Επιπροσθέτως οι μελέτες αυτές έδειξαν τη δυνατότητα κανονικοποίησης της απόκρισης υπό τριβή για μια ευρύτερη ομάδα μορφών, που μπορεί να επιτευχθεί με διαστατική ανάλυση και με παραδοχές φυσικής σημασίας, πεδία που δεν είχαν έως τώρα διερευνηθεί.

Αναφορικά με την ολίσθηση των στερεών σωμάτων υπό τριβή, ο σκοπός του κεφαλαίου αυτού είναι τριπλός: (1) η εξαγωγή αναλυτικής λύσης κλειστού τύπου για μια γενικευμένη κυματική μορφή που θα μπορεί να εξομοιώσει μια άπειρη σειρά συμμετρικών παλμών κυμαινόμενων από τέλειο ορθογώνιο έως τέλεια κρούση (2) η εξαγωγή λύσεων για πλευρική και αμφίπλευρη ολίσθηση κάτω από διέγερση μισού και πλήρους κύκλου δρώσα υπό γωνία ως προς το επίπεδο ολίσθησης. (3) η διερεύνηση ενός αριθμού κανονικοποιημένων σχημάτων για απόκριση υπό τριβή με διαστατική ανάλυση. Θα δειχθεί ότι από τη διερεύνηση αυτή θα προκύψουν νέες λύσεις και εμβάθυνση στη φυσική του προβλήματος.

1.3 Παρουσίαση του προβλήματος της ολίσθησης του στερεού σώματος

Το εξεταζόμενο πρόβλημα αφορά ένα στερεό σώμα (rigid block) τοποθετημένο σε επίπεδο υπό συνθήκες τριβής με συντελεστή Coulomb μ και το οποίο υπόκειται σε εξιδανικευμένο εδαφικό παλμό που δρα υπό σταθερή γωνία ξ ως προς το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο Σχ. 1.1. Ο παλμός, (Σχ. 1.2), περιγράφεται από παράμετρο σχήματος β , εύρος A_g , διάρκεια μισού κύκλου t_d και αριθμό κύκλων (μισού και πλήρους κύκλου). Η διέγερση αυτή χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τους Jacobsen & Ayre (1958) για τη διερεύνηση του φάσματος της γραμμικής κρούσης. Στη μελέτη αυτή η χρήση της θα επεκταθεί για την περίπτωση των συστημάτων υπό τριβή, καθώς έχει τη δυνατότητα να προσομοιώσει με τη χρήση μιας μόνον παραμέτρου άπειρο αριθμό συμμετρικών παλμών (Σχ. 1.2). Η ιδιότητα αυτή είναι θελκτική καθόσον μια μοναδική λύση μπορεί να επαρκέσει για την περιγραφή της δυναμικής απόκρισης ενός μεγάλου αριθμού διαφορετικών κυματικών μορφών.

Εδώ αξίζει να σημειωθεί η χρήση της εδαφικής επιτάχυνσης αντί της ταχύτητας για τον ορισμό του επηρεασμένου από την κατευθυντικότητα του ρήγματος παλμού. Από σεισμολογικής πλευράς οι παλμοί που εκφράζονται με την ταχύτητα έχουν πλεονεκτήματα σε σχέση με αυτούς της επιτάχυνσης για την περιγραφή των κινήσεων του εγγύς πεδίου καθώς παρουσιάζουν καλύτερη κλιμάκωση με τις παραμέτρους της σεισμικής πηγής όπως το μέγεθος (Mavroudis *et al.* 2004). Από την άλλη πλευρά οι παλμοί επιτάχυνσης έχουν καλύτερη συνάφεια με τις μηχανικές παραμέτρους όπως η επιτάχυνση διαρροής και η πλαστική απόκριση. Αυτό γίνεται κατανοητό δεδομένου ότι: (1) η πρόκληση της πλαστικής παραμόρφωσης είναι εγγενώς συνδεδεμένη με την επιτάχυνση και όχι με την ταχύτητα. (2) Τα συστήματα κατασκευών, στα οποία περιλαμβάνονται τα στερεά σώματα, έχουν χαρακτηριστικές επιταχύνσεις (π.χ. επιτάχυνση διαρροής) αλλά όχι χαρακτηριστικές ταχύτητες. Επομένως, η χρήση των παλμών επιτάχυνσης είναι τουλάχιστον ισοδύναμη με των παλμών ταχύτητας όταν ο κύριος σκοπός είναι η μελέτη της πλαστικής απόκρισης. Σύμφωνα με το Σχ. 1.2 οι δεδομένοι παλμοί περιγράφονται ως:

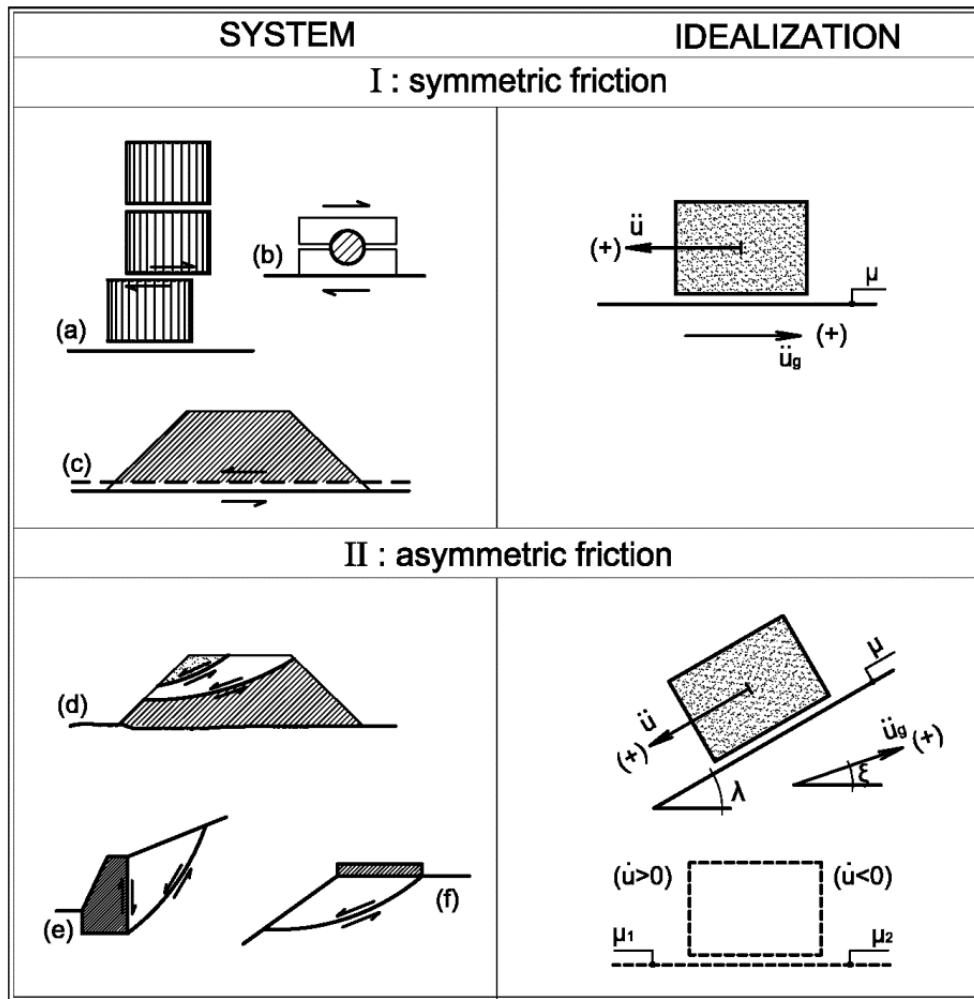
$$\ddot{u}_g(t) = \frac{A_g}{1 - e^{-\beta}} \begin{cases} 1 - e^{-2\beta t/t_d} & , \quad 0 \leq t \leq \frac{t_d}{2} \\ 1 - e^{-2\beta(1-t/t_d)} & , \quad \frac{t_d}{2} \leq t \leq t_d \\ 0 & , \quad t > t_d \end{cases} \quad \text{μισού κύκλου} \quad (1.1a)$$

$$\ddot{u}_g(t) = \frac{A_g}{1-e^\beta} \begin{cases} \text{same as in Eq. (1a)}, & t \leq t_d \\ -1 + e^{2\beta(t/t_d-1)} & , \quad t_d \leq t \leq \frac{3t_d}{2} \\ -1 + e^{2\beta(2-t/t_d)} & , \quad \frac{3t_d}{2} \leq t \leq 2t_d \\ 0 & , \quad t > 2t_d \end{cases} \quad \text{πλήρους κύκλου} \quad (1.2a)$$

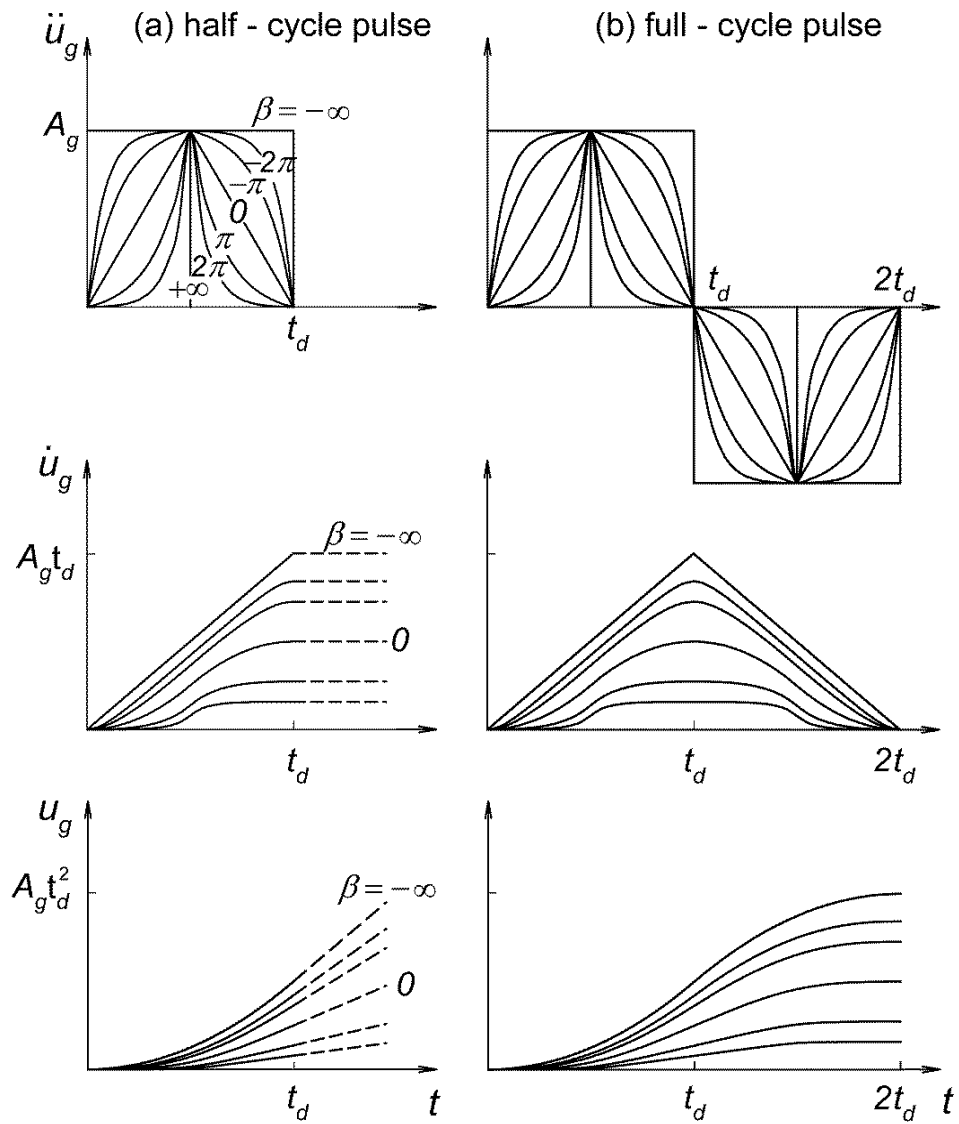
Χρησιμοποιώντας τη συνάρτηση Heaviside (δηλ. $H(x) = +1, x > 0; H(x) = 0, x < 0$) οι εξισώσεις (1.1a) and (1.2a) μπορούν να εκφραστούν σε πιο συνεπτυγμένη μορφή:

$$\ddot{u}_g(t) = \frac{A_g}{1-e^\beta} \left[1 - e^{2\beta t/t_d} + (e^{2\beta t/t_d} - e^{2\beta(1-t/t_d)})H(t - \frac{t_d}{2}) + (e^{2\beta(1-t/t_d)} - 1)H(t - t_d) \right] \quad (1.1b)$$

$$\ddot{u}_g(t) = \frac{A_g}{1-e^\beta} \left[\text{same as in Eq(1)} + (e^{2\beta(1-t/t_d)} + e^{-2\beta(1-t/t_d)} - 2)H(t - t_d) + (e^{2\beta(2-t/t_d)} - e^{-2\beta(1-t/t_d)})H(t - \frac{3t_d}{2}) + (1 - e^{2\beta(2-t/t_d)})H(t - 2t_d) \right] \quad (1.2b)$$



Σχήμα 1.1 Προβλήματα που αναλύονται με στερεά σώματα υπό τριβή σε οριζόντιο και κεκλιμένο επίπεδο: (I) a) κλασικός σπονδυλωτός κίονας, b) διάταξη σεισμικής μόνωσης, c) γεωκατασκευή σε γεωσυνθετική στρώση; (II) d) αστοχίες φραγμάτων - επιχωμάτων, e) τοίχος αντιστήριξης, f) θεμέλιο κοντά σε πρανές.



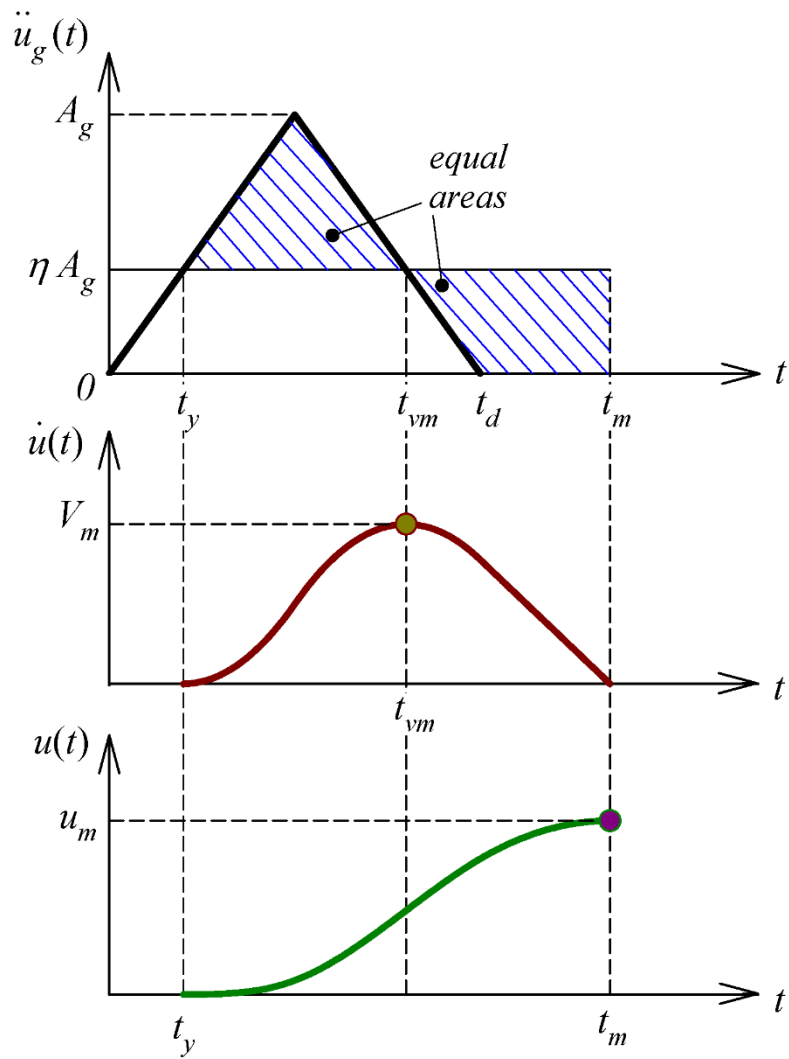
Σχήμα 1.2 Χρονική μεταβολή της εδαφικής επιτάχυνσης, ταχύτητας και μετακίνησης για το γενικευμένο παλμό των εξισώσεων (1.1) – (1.2).

Με το πιο πάνω ζεύγος των εξισώσεων και ανάλογα με την τιμή της παραμέτρου β , μπορούν να εξομοιωθούν διάφορες κυματικές μορφές. Για παράδειγμα, για $\beta=0$ αναπαράγεται τριγωνικό σχήμα όπως φαίνεται στο Σχ. 1.2. Για μικρότερες τιμές του β ο παλμός αλλάζει σταδιακά σχήμα προς το ημιτονοειδές ($\beta = -\pi$) και του στερεού σώματος ($\beta = -2\pi$); για $\beta \rightarrow -\infty$ το σχήμα συγκλίνει σε αυτό του τέλει ορθογωνίου. Από την άλλη πλευρά, για αυξανόμενες θετικές τιμές του β η κυματική μορφή γίνεται προοδευτικά πιο αιχμηρή ($\beta = \pi, 2\pi$), ή εκθετική όπως έχει αναφερθεί από τους Jacobsen & Ayre (1958). Για $\beta \rightarrow +\infty$ ο παλμός τείνει σε ιδεατή αιχμή, εύρους A_g and και μηδενικής ταχύτητας*.

Με αυστηρή θεώρηση οι παλμοί μισού κύκλου δεν είναι φυσικά πραγματοποιήσιμοι καθώς η εδαφική ταχύτητα στο τέλος της διέγερσης ($t = t_d$) δεν είναι μηδενική. Παρόλα αυτά, οι παλμοί αυτοί ενσωματώνουν τις μεγάλες τιμές των επιταχύνσεων και ταχυτήτων που παρατηρούνται στις πραγματικές μετρήσεις εγγύς πεδίου, επομένως είναι κατάλληλες για τη διερεύνηση των προεξαρχόντων ιδιοτήτων που προκύπτουν από τέτοιου είδους σεισμικές κινήσεις. Επιπροσθέτως θαδειχθεί ότι ένα ευρύ πεδίο ολισθαίνοντων συστημάτων φθάνει τη μέγιστη μετακίνηση πριν το τέλος της διέγερσης και εξ αυτού προκύπτει ότι είναι ελάσσονος σημασίας το αν η εδαφική ταχύτητα τείνει στο μηδέν ή όχι σε μεταγενέστερη χρονική στιγμή (Mylonakis & Voyagaki 2006). Τέλος, οι παλμοί μισού κύκλου μπορεί να είναι σημαντικοί στην προσομοίωση συνθηκών μη συμμετρικής τριβής, όπως εξηγείται κατωτέρω.

Ακολουθώς παρουσιάζονται τα αδιάστατα μεγέθη που χρησιμοποιούνται για την περιγραφή των αποτελεσμάτων: αντοχή διαρροής $\eta = a_y / A_g$, χρόνος αρχικής ολίσθησης $\tau_y = t_y / t_d$, χρόνος μέγιστης ολίσθησης $\tau_m = t_m / t_d$, χρόνος μέγιστης ταχύτητας ολίσθησης $\tau_{vm} = t_{vm} / t_d$. Επιπροσθέτως, a_y = επιτάχυνση διαρροής, \dot{u}_{gy} = εδαφική ταχύτητα διαρροής, \dot{u}_{gm} = εδαφική ταχύτητα στη μέγιστη ολίσθηση, t_y = χρόνος διαρροής, t_m = χρόνος μέγιστης ολίσθησης, t_{vm} = χρόνος μέγιστης ταχύτητας ολίσθησης, V_m = χρόνος μέγιστης ταχύτητας ολίσθησης, u_m = χρόνος μέγιστης μετακίνησης, u_{res} = παραμένουσα (μόνιμη) μετακίνηση, V_g = μέγιστη ταχύτητα παλμού, D_g = μέγιστη μετακίνηση παλμού. Τέλος, χρησιμοποιούνται σαν μεγέθη αναφοράς, οι έννοιες οι έννοιες της αυξανόμενης εδαφικής μετακίνησης, $\Delta u_{gm} = u_g(t_m) - u_g(t_y)$, και της αυξανόμενης εδαφικής ταχύτητας, $\Delta \dot{u}_{gm} = \dot{u}_{gm} - \dot{u}_{gy}$, κατά τη διάρκεια της ολίσθησης. Κάποιες σημαντικές παράμετροι φαίνονται στο Σχ.1.3.

* Μια μοναδιαία συνάρτηση δέλτα μπορεί να προσομοιωθεί με την εξ.(2.1), αν η κυματική μορφή κανονικοποιηθεί με $A_g t_d [1/(1-e^\beta) + 1/\beta]$.



Σχήμα 1.3 Σχηματική απεικόνιση των χρόνων της αρχής της ολίσθησης, της μέγιστης ταχύτητας ολίσθησης και της μέγιστης μετακίνησης.

1.4 ΚΛΕΙΣΤΕΣ ΛΥΣΕΙΣ

1.4.1 Διέγερση μισού κύκλου

Οι εξισώσεις κίνησης ενός στερεού σώματος ολισθαίνοντος σε επίπεδο υπό τριβή εξαιτίας σεισμικής διέγερσης, όπως αυτό φαίνεται στο Σχ. 1.1, είναι:

$$\ddot{u} = +\ddot{u}_g - \frac{Q_y}{m} \operatorname{sgn}(\dot{u}) \quad (1.3)$$

όπου \ddot{u} η επιτάχυνση ολίσθησης ως προς το επίπεδο τριβής, m η μάζα του στερεού σώματος και $Q_y = \mu mg (= m a_y)$ η αντίσταση τριβής; $\operatorname{sgn}()$ είναι η συνάρτηση signum. Το θετικό πρόσημο στο \ddot{u}_g εξασφαλίζει θετική μετακίνηση του σώματος (block) όταν υπάρχει θετική εδαφική επιτάχυνση όπως φαίνεται στο σύστημα αναφοράς του Σχ.1.1. Εξαιτίας της αμφίπλευρης φύσης της απόκρισης η Εξ. (1.3) μπορεί να αναφέρεται σε ολίσθηση είτε σε οριζόντιο είτε σε κεκλιμένο επίπεδο, με την προϋπόθεση ότι θα χρησιμοποιηθεί μια κατάλληλη δύναμη τριβής Q_y . Λεπτομέρειες θα δοθούν αργότερα.

Ολοκληρώνοντας την Εξ.(1.3) δυο φορές ως προς το χρόνο, θέτοντας τις συνθήκες μηδενικής ταχύτητας και μετακίνησης στην αρχή της ολίσθησης ($t=t_y$) και θεωρώντας μονοδιάστατη ολίσθηση (η μοναδική δυνατότητα για διέγερση μισού κύκλου), η ταχύτητα και η μετακίνηση του σώματος προκύπτουν:

$$\dot{u}(t) = \dot{u}_g(t) - \dot{u}_{gy} - \frac{Q_y}{m}(t-t_y) \quad (1.4)$$

$$u(t) = u_g(t) - u_{gy} - (t-t_y)\dot{u}_{gy} - \frac{Q_y}{2m}(t-t_y)^2 \quad (1.5)$$

όπου u_{gy} και \dot{u}_{gy} η εδαφική μετακίνηση και ταχύτητα στην έναρξη της ολίσθησης (που προήλθαν από την ολοκλήρωση της Εξ. (1.1)), αντίστοιχα.

Ο χρόνος της μέγιστης ολίσθησης προσδιορίζεται από την Εξ.(1.4), θέτοντας την ταχύτητα του block ίση με μηδέν.

$$t_m = t_y + \frac{m}{Q_y}(\dot{u}_{gm} - \dot{u}_{gy}) = t_y + \frac{1}{a_y} \Delta \dot{u}_{gm} \quad (1.6)$$

όπου $\Delta \dot{u}_{gm}$ εκφράζει το εμβαδόν του παλμού μετά την έναρξη της ολίσθησης. Ο χρόνος αυτός μπορεί να ερμηνευτεί είτε σαν μια στιγμιαία διακοπή με συνέχιση της κίνησης στην ίδια διεύθυνση, είτε μια αναστροφή της κίνησης είτε σαν πλήρης διακοπή. Με δεδομένους τους παλμούς μισού κύκλου, είναι προφανές ότι το t_m αντιστοιχεί σε πλήρη διακοπή και ορίζει το χρόνο της μέγιστης ολίσθησης.

Η εξίσωση (1.6) υποδηλώνει τη στενή διασύνδεση μεταξύ της ταχύτητας του παλμού και της μέγιστης μετακίνησης. Πράγματι, όσο μεγαλύτερο το εμβαδόν του παλμού μετά την έναρξη της ολίσθησης, τόσο περισσότερο το block βρίσκεται σε κίνηση και τόσο μεγαλύτερη θα είναι η μετατόπιση. Υπενθυμίζεται ωστόσο ότι οι εξισώσεις (1.3-1.6) υποθέτουν σιωπηρά ότι η ολίσθηση έχει ήδη αρχίσει. Καθώς το γεγονός αυτό απαιτεί την υπέρβαση μια ς συγκεκριμένης τιμής της επιτάχυνσης ($|i\ddot{u}_{gy}| > a_y$), η εδαφική ταχύτητα δεν πρέπει να θεωρείται ως το μόνο στοιχείο περιγραφής της παλμικής έντασης (Rodriguez-Marek 2000, Mylonakis & Voyagaki 2006).

Η παρατήρηση ότι η μετακίνηση του block στην Εξ. (1.5) εξαρτάται από τη χρονική μεταβολή της εδαφικής μετακίνησης u_g , και όχι από την εδαφική ταχύτητα, ενισχύει την πιο πάνω πρόταση (ο όρος \dot{u}_{gy} υποδηλώνει μια μοναδική τιμή της εδαφικής μετακίνησης (στη διαρροή) και όχι χρονική μεταβολή). Προφανώς μια μεταβολή στην εδαφική μετακίνηση κατά τη διάρκεια της ολίσθησης μπορεί να προκαλέσει αύξηση ή μείωση της μετακίνησης του block χωρίς να επηρεάσει τη δυναμική ισορροπία της Εξ.(1.3). Αυτό υποδηλώνει ότι η επίδραση της χρονικής μεταβολής της εδαφικής μετακίνησης μπορεί να είναι πιο σημαντική από όσο θεωρείται. Μια παρόμοια συζήτηση αναφερόμενη στην περίπτωση του διαρρέοντος ταλαντωτή έχει δοθεί από τους Mylonakis & Voyagaki (2006).

Εκφρασμένη συναρτήσει του αδιάστατου χρόνου για παλμούς μισού του Σχ.1.2 η Εξ.(1.6) καταλήγει:

$$\tau_m = \tau_y + \frac{1}{\eta(1-e^\beta)} \left[1 + \frac{1}{2\beta} (1 + e^{2\beta\tau_y}) - \frac{e^\beta}{\beta} - \tau_y \right] \quad (1.7)$$

Αναφερόμενη στην περίπτωση όπου $\tau_m \geq 1$.

Όταν η μέγιστη απόκριση συμβαίνει κατά τη διάρκεια εξαναγκασμένης ολίσθησης ($\tau_m \leq 1$), η αντίστοιχη εξίσωση είναι:

$$(\tau_m - \tau_y)[1 - \eta(1 - e^\beta)] + \frac{1}{2\beta} [e^{2\beta(1-\tau_m)} + e^{2\beta\tau_y} - 2e^\beta] = 0 \quad (1.8)$$

Η οποία μπορεί να λυθεί αριθμητικά για ένα δεδομένο ζεύγος παραμέτρων β , η . Σημειωτέον ότι η Εξ. (1.8) δεν ισχύει για ορθογωνικό παλμό ($\beta \rightarrow -\infty$), για τον οποίο η μέγιστη μετακίνηση συμβαίνει πάντα κατά τη διάρκεια ελεύθερης ολίσθησης.

Θέτοντας τ ίσον με τ_m στην Εξ.(1.5) και μετά από απλές αλγεβρικές πράξεις, προκύπτει η ακόλουθη ρητή λύση για τη μέγιστη μετακίνηση του block:

$$\frac{u_m}{A_g t_d^2} = \frac{1}{4\beta^2(1-e^\beta)} \{ X_1 + [-2\beta(1-\tau_m)[1 + \beta(1-\tau_m)] - 1 + e^{2\beta(1-\tau_m)}] H(\tau_m - 1) \} \quad (1.9a)$$

όπου

$$X_1 = -e^{2\beta(1-\tau_m)} + e^{2\beta\tau_y} + 2\beta[e^\beta(1-2\tau_m) + e^{2\beta\tau_y}(\tau_m - \tau_y)] + 2\beta^2(\tau_m - \tau_y)^2[1 - \eta(1 - e^\beta)]$$

(1.9b)

$H(\cdot)$ η συνάρτηση Heaviside (βηματική). Καθώς το αριστερό μέρος της Εξ.(1.9) είναι αδιάστατο, η μέγιστη μετακίνηση ολίσθησης είναι ανάλογη με το γινόμενο ($A_g t_d^2$) για δεδομένο σχήμα παλμού και αντίσταση τριβής. Για τη ειδική περίπτωση που $\beta \rightarrow -\infty$, $\beta \rightarrow 0$ και $\beta \rightarrow +\infty$, ο γενικευμένος παλμός αποκτά το σχήμα ορθογωνίου, συμμετρικού τριγώνου και αιχμής, αντίστοιχα (Σχ 1.2). Για τις δυο πρώτες περιπτώσεις η Εξ. (1.9a) απλοποιείται αντίστοιχα σε

$$\frac{u_m}{A_g t_d^2} = -\frac{\eta}{2} \tau_m^2 + \tau_m - \frac{1}{2} \quad (1.10a)$$

$$\frac{u_m}{A_g t_d^2} = -\frac{\eta}{2} (\tau_m - \tau_y)^2 + \tau_m^2 \left(1 - \frac{\tau_m}{3}\right) + \frac{1}{12} (1 - 6\tau_m) - \tau_y^2 \left(\tau_m - \frac{2}{3} \tau_y\right) + \frac{1}{3} (1 - \tau_m)^3 H(\tau_m - 1) \quad (1.10b)$$

Η οποία συμπίπτει με τις λύσεις των Newmark (1965), Newmark & Rosenblueth (1971), Sarma (1975) και Conte & Dente (1989). Η τελευταία περίπτωση ($\beta \rightarrow +\infty$) καταλήγει σε $u_m = 0$, αποτέλεσμα αναμενόμενο εξαιτίας της περιεχόμενης μηδενικής ταχύτητας στον παλμό αιχμής (Fig 1.2). Να σημειωθεί ότι οι πιο πάνω μέγιστες μετακινήσεις είναι επίσης παραμένουσες ποσότητες οφειλόμενες στη μονοδιάστατη φύση της μετακίνησης unilateral

Ο χρόνος της ολίσθησης μπορεί να προσδιοριστεί από την χαρακτηριστική εξίσωση:

$$\ddot{u}_{gy} = \frac{Q_y}{m} = a_y = \eta A_g = \mu g \quad (1.11)$$

η οποία, μετά από ενσωμάτωση της Εξ. (1.1), καταλήγει στην ακόλουθη λύση για το τ_y

$$\tau_y = \frac{1}{2\beta} \ln[1 - \eta(1 - e^\beta)] \quad (1.12)$$

Η μέγιστη ταχύτητα ολίσθησης μπορεί να προσδιοριστεί θέτοντας $t = t_{vm} = t_d - \tau_y$ στην Εξ. (1.4); η λύση μπορεί να εκφραστεί σε κανονικοποιημένη μορφή ως:

$$\frac{V_m}{V_g} = \frac{1}{e^\beta - \beta - 1} \left\{ (1 - \eta)(e^\beta - 1) - \beta[1 + \eta(e^\beta - 1)](1 - 2\tau_y) \right\} \quad (1.13)$$

όπου $V_g = A_g t_d (e^\beta - \beta - 1) / [\beta(e^\beta - 1)]$ η μέγιστη ταχύτητα του παλμού.

Αριθμητικά αποτελέσματα από τις παραπάνω εξισώσεις φαίνονται στα Σχ.1.4 και 1.5. Ο χρόνος της ολίσθησης στο Σχ.1.4 είναι προφανώς μια αύξουσα συνάρτηση του η για όλα τα σχήματα παλμών. Είναι αξιοσημείωτο ότι οι καμπύλες που ορίζουν τα τ_y και τ_{vm} αναπαράγουν το σχήμα του γενικευμένου παλμού (Σχ. 1.4b). Αυτό μπορεί να ερμηνευτεί καθώς το τ_y στην Εξ. (1.12), η αντίστροφη της Εξ. (1.1), και το $\tau_{vm} = 1 - \tau_y$ είναι συμμετρικά ως προς το $\tau = 1/2$. Η ιδιότητα αυτή είναι χρήσιμη διότι ισχύει για όλους τους

συμμετρικού παλμού. Για μεγάλες αρνητικές και θετικές τιμές του β , χρόνους τ_y και τ_{vm} τείνουν στο 0 και $1/2$, αντίστοιχα, και αντιστρόφως. Για μικρές τιμές του β , οι πιο πάνω λύσεις εκφυλίζονται σε γραμμικές συναρτήσεις $\tau_y = \eta/2$ και $\tau_{vm} = 1 - \eta/2$.

Το V_m/V_g στο Σχ. 1.4a είναι φθίνουσα συνάρτηση του η , ξεκινώντας από 1 για $\eta = 0$ και καταλήγοντας στο 0 για $\eta = 1$. Για παλμό κιβωτοειδούς τύπου ($\beta \rightarrow -\infty$), επιτυγχάνεται γραμμική μεταβολή $V_m/V_g = (1 - \eta)$. Για παλμό αιχμής ($\beta > 2\pi$) μπορεί να αποδειχθεί ότι η μεταβολή συγκλίνει στη συνάρτηση $V_m/V_g = [1 - \eta(1 - \ln \eta)]$ η οποία ορίζει το κάτω όριο των αποτελεσμάτων. Όλες οι άλλες περιπτώσεις κυμαίνονται μεταξύ των δυο άκρων.

Αναφορικά με την απόκριση της μετακίνησης, υιοθετείται μια ρητή κανονικοποιημένη παράμετρος $\Delta u_{gm} = u_{gm} - u_{gy}$, η οποία εκφράζει το μέγεθος της εδαφικής κίνησης κατά τη διάρκεια της ολίσθησης. Για τους δεδομένους παλμούς η Δu_{gm} σχετίζεται με την ποσότητα ($A_g t_d^2$) μέσω της σχέσης:

$$\frac{\Delta u_{gm}}{A_g t_d^2} = \frac{1}{4\beta^2(1 - e^\beta)} \{X_2 + [e^{2\beta(1 - \tau_m)} - 1 - 2\beta(\beta(\tau_m - 1)^2 + 1 - \tau_m)]H(\tau_m - 1)\} \quad (1.14a)$$

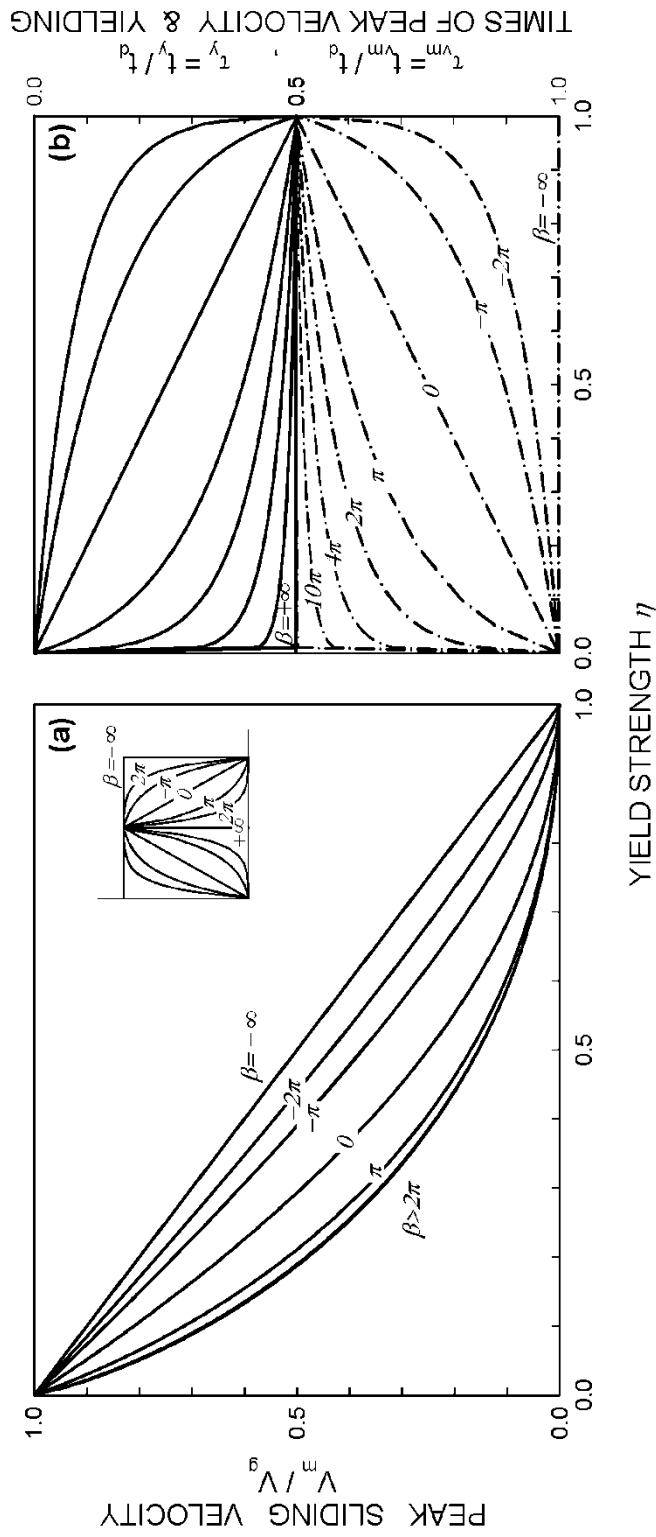
Όπου τ_y και τ_m δίνονται από τις Εξ. (12) και (6-7), αντίστοιχα, και

$$X_2 = -e^{2\beta(1 - \tau_m)} + e^{2\beta\tau_y} + 2\beta[e^\beta(1 - 2\tau_m) + (\tau_m - \tau_y) + \beta(\tau_m^2 - \tau_y^2)] \quad (1.14b)$$

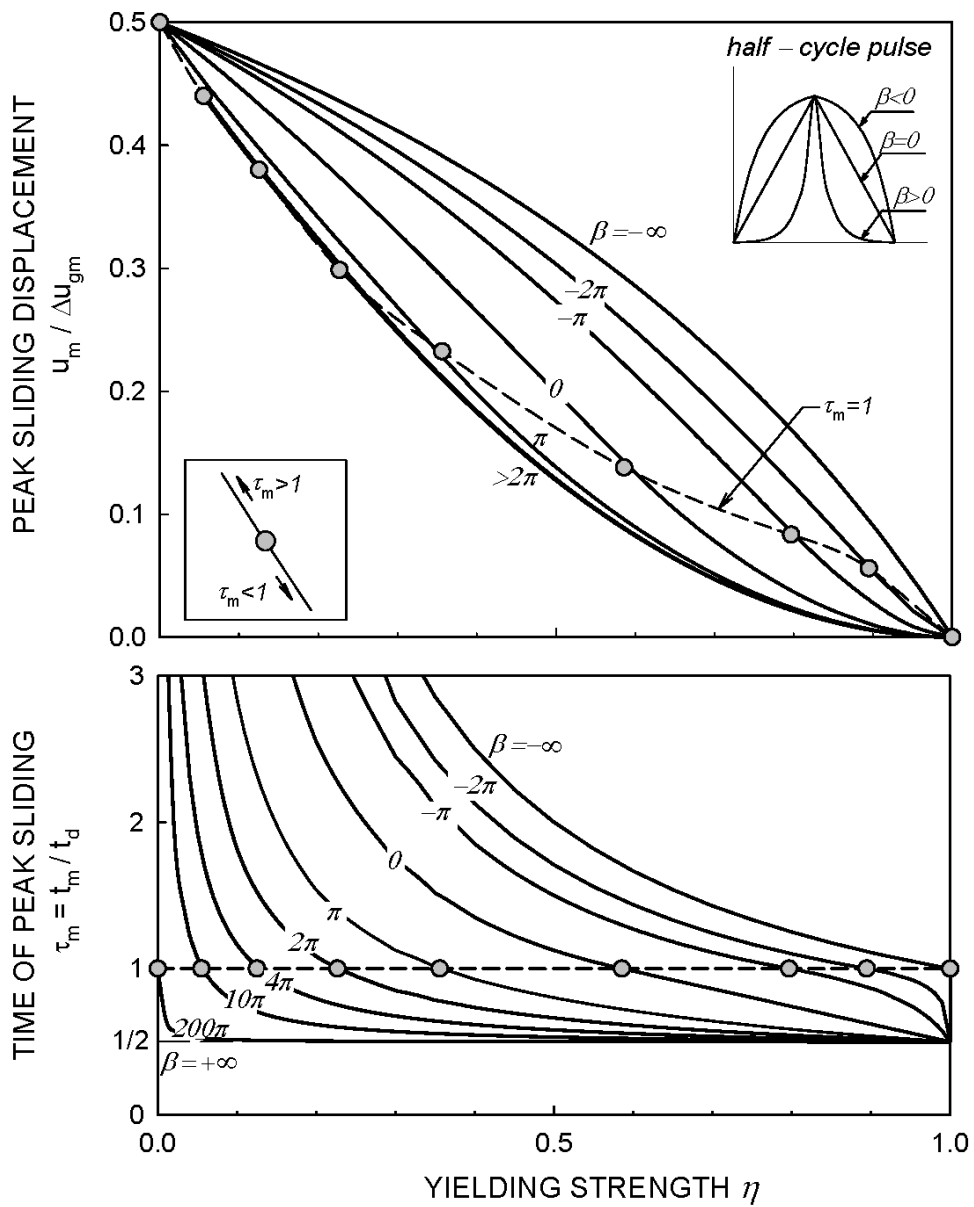
Με βάση την κανονικοποίηση αυτή, οι μέγιστες μετακινήσεις ολίσθησης απεικονίζονται στο Σχ.1.5a. Αντίθετα με την αδιάστατη ποσότητα ($u_m/A_g t_d^2$) στην Εξ.(1.9) η οποία είναι μη φραγμένη[†] για μικρά η , οι κανονικοποιημένες μετακινήσεις ως προς το Δu_{gm} είναι πάντα πεπερασμένες οι οποίες μειώνονται μονοτονικά όταν αυξάνεται το η , ξεκινώντας από $1/2$ για $\eta = 0$ και φθίνοντας στο 0 για $\eta = 1$. Αυτό υποδηλώνει ότι μέχρι το 50% της αυξανόμενης εδαφικής μετακίνησης μπορεί να μεταφερθεί, σαν μετακίνηση ολίσθησης, στο block. Αυτή η συμπεριφορά είναι μη αναμενόμενη καθώς διαισθητικά κανείς θα περίμενε ότι η σχετική μετακίνηση ως προς το έδαφος πρέπει να ισούται με την εδαφική μετακίνηση κάτω από μηδενική τριβή (δηλ. $u_m/\Delta u_{gm} = 1$). Κατωτέρω επιχειρείται μια εξήγηση. Αναφορικά με την επιρροή του σχήματος του παλμού το Σχ.1.5 δείχνει ότι για αιχμηρούς παλμούς ($\beta > 2\pi$) η επιρροή του σχήματος στην απόκριση είναι αμελητέα ενώ για κιβωτοειδείς παλμούς είναι ισχυρότερη.

Ο χρόνος της μέγιστης μετακίνησης στο Σχ. 1.5b είναι, φυσιολογικά, φθίνουσα συνάρτηση της αντίστασης ολίσθησης. Στις περισσότερες περιπτώσεις η μέγιστη μετακίνηση συμβαίνει κατά τη διάρκεια ελεύθερης ολίσθησης και αντιστοιχεί στα σημεία που βρίσκονται πάνω από τη διακεκομμένη οριζόντια γραμμή στο διάγραμμα. Η μέγιστη απόκριση κατά τη διάρκεια εξαναγκασμένης ολίσθησης παρατηρείται μόνο επάνω από μια συγκεκριμένη τιμή της αντίστασης τριβής η οποία μεταβάλλεται με το σχήμα του παλμού (δηλ., $\eta > 0.25$ για $\beta = 2\pi$; $\eta > 0.88$ για $\beta = -2\pi$). Η διακεκομμένη γραμμή στα δυο διαγράμματα ορίζει την ειδική περίπτωση όπου $\tau_m = 1$.

[†] Αυτό οφείλεται στην πεπερασμένη εδαφική ταχύτητα στο τέλος του παλμού η οποία προκαλεί την χωρίς όριο αύξηση της εδαφικής μετακίνησης



Σχήμα 1.4 Κανονικοποιημένη μέγιστη ταχύτητα ολίσθησης και χρόνου διαρροής για ένα άκαμπτο block σε επίπεδο υπό τριβή υποκειμένο σε γενικευμένο εκθετικό παλμό.



Σχήμα 1.5 Κανονικοποιημένη μέγιστη μετακίνηση ολίσθησης και αντίστοιχου χρόνου για ένα άκαμπτο block υποκείμενο σε παλμό επιτάχυνσης μισού κύκλου.

1.4.1.1 Ολίσθηση σε σχεδόν λείο επίπεδο

Έχει γίνει ήδη αναφορά στην ανώμαλη συμπεριφορά για $\eta \rightarrow 0$ που καταλήγει σε τιμή του λόγου $u_m/\Delta u_{gm}$ 1/2 αντί για το αναμενόμενο 1. Αυτή η μη αναμενόμενη συμπεριφορά οφείλεται στον άπειρο χρόνο ολίσθησης που συνδέεται με την πεπερασμένη ταχύτητα στο τέλος του παλμού μισού κύκλου σε συνδυασμό με την έλλειψη επαρκούς τριβής για το σταμάτημα του block. Χρησιμοποιώντας την κατάλληλη ασυμπτωτική ανάλυση, θα δειχθεί ότι η συμπεριφορά αυτή είναι μικρού ενδιαφέροντος στις εφαρμογές.

Για παράδειγμα, θεωρώντας την απλή περίπτωση του ορθογωνικού παλμού ($\beta \rightarrow \infty$), η συνάρτηση $u/\Delta u_g$ κατά τη διάρκεια της ελεύθερης ολίσθησης μπορεί να αποδειχθεί ότι είναι

$$\frac{u(\tau)}{\Delta u_g(\tau)} = \frac{2\tau - 1 - \eta\tau^2}{2\tau - 1} \quad (1.15)$$

Όπου το τ μεταβάλλεται μεταξύ $\tau_d = 1$ (τέλος του παλμού) and $\tau_m = 1/\eta$ (τέλος της ολίσθησης). Να σημειωθεί ότι η τελευταία τιμή είναι μη φραγμένη για $\eta \rightarrow 0$, εξαιτίας της έλλειψης επαρκούς τριβής για το σταμάτημα του block.

Κατά τη διάρκεια εξαναγκασμένης ολίσθησης ($0 < \tau < 1$), η αντίστοιχη έκφραση είναι

$$\frac{u(\tau)}{\Delta u_g(\tau)} = 1 - \eta \quad (1.16)$$

Η οποία, αξίζει να σημειωθεί ότι είναι ανεξάρτητη του χρόνου.

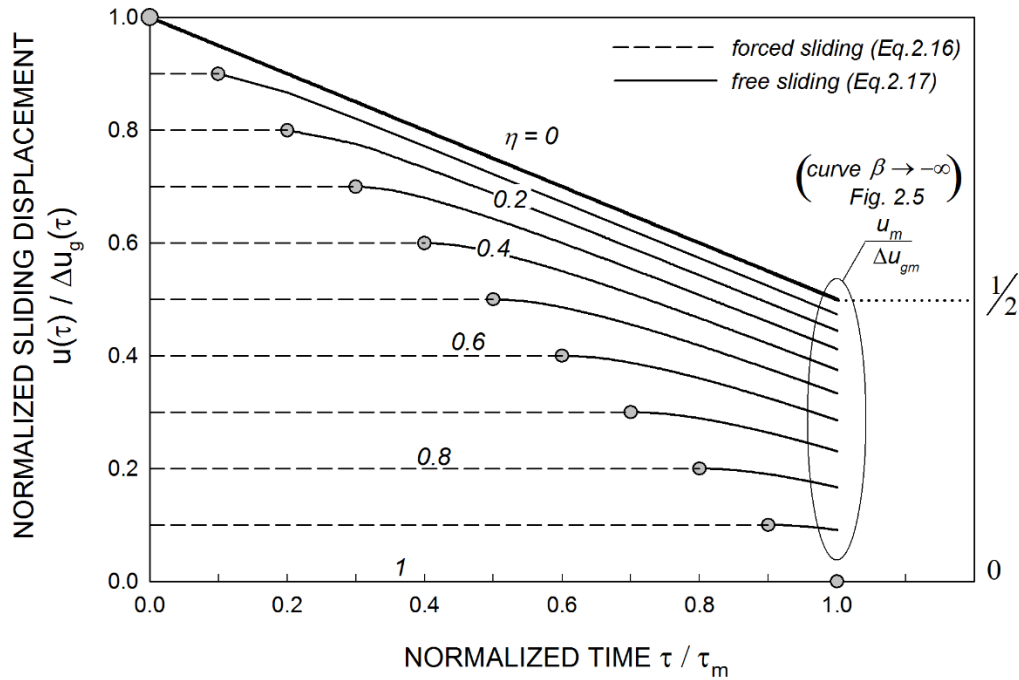
Για την οριακή περίπτωση μιας σχεδόν λείας διεπιφάνειας ($\eta \rightarrow 0$), μια απλοϊκή προσέγγιση θα ήταν, με κυριαρχούσα την ισορροπία να αγνοηθεί ο όρος ($\eta\tau^2$) της Εξ. (1.15), το οποίο θα οδηγούσε στο ψευδές αποτέλεσμα $u/\Delta u_g = 1$. Στην πραγματικότητα ο όρος αυτός δεν εκλείπει για $\tau = \tau_m$ αλλά αντιθέτως τείνει στο άπειρο καθώς $(\eta\tau_m^2) = 1/\eta$. Επομένως, αντί της απόρριψης του όρου ($\eta\tau^2$), ο αριθμητής και ο παρονομαστής της Εξ. (1.15) διαιρούνται με τ_m και προκύπτει

$$\frac{u(\tau)}{\Delta u_g(\tau)} = \frac{2(\tau/\tau_m) - \eta - (\tau/\tau_m)^2}{2(\tau/\tau_m) - \eta} \quad (1.17)$$

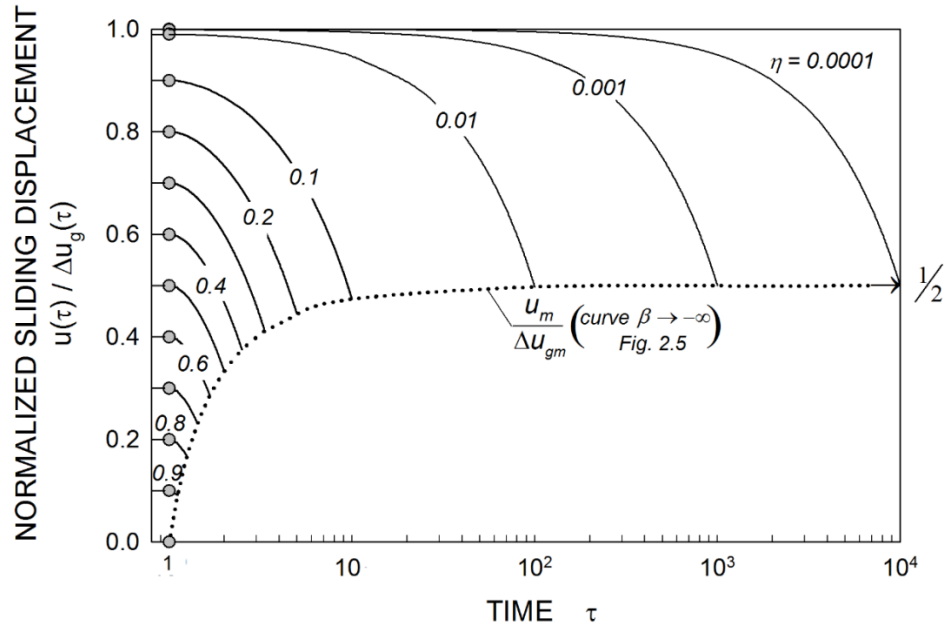
Όπου, τώρα, η νέα χρονική μεταβλητή (τ/τ_m) κυμαίνεται μεταξύ η (τέλος του παλμού) και 1 (τέλος της ολίσθησης).

Μια ασυμπτωτική ανάλυση της Εξ.(1.17) αποκαλύπτει ότι για μικρές τιμές (τ/τ_m) και πεπερασμένα η , όλοι οι όροι στον αριθμητή και τον παρονομαστή είναι σημαντικοί. Θέτοντας $(\tau/\tau_m) = \eta$, που αντιστοιχεί στο τέλος του καταλήγει στο κλασσικό αποτέλεσμα $u/\Delta u_g = 1 - \eta$ (βλ. Εξ.1.16) το οποίο, τείνει στο 1 καθώς το η τείνει στο 0. Από την άλλη πλευρά, για (τ/τ_m) κοντά στο 1, που αντιστοιχεί στο τέλος της ολίσθησης, και για μικρά η , ο δεύτερος όρος στον αριθμητή και τον παρονομαστή εξαφανίζεται και οδηγεί στην ασυμπτωτική έκφραση $u(\tau)/\Delta u_g(\tau) \sim 1 - (\tau/\tau_m)/2$ η οποία τείνει στο 1/2

καθώς το (τ / τ_m) τείνει στο 1. Αυτό φαίνεται στο Σχ.1.6, όπου η Εξ. (1.15) σχεδιάζεται σαν συνάρτηση του χρόνου τ . Είναι αξιοσημείωτο ότι η οριακή τιμή $1/2$ δεν μπορεί να επιτευχθεί φυσικά καθώς το τ_m απειρίζεται για $\eta = 0$. Μόνο η τιμή του 1 θα ήταν πειραματικά ανιχνεύσιμη για αρκετά μικρούς χρόνους για $\eta=0$ και εξ αυτού, η συμβατική συμπεριφορά $u/\Delta u_g = 1$ δεν θα παραβιαστεί στην πράξη. Πράγματι, καθώς η καμπύλη για $\eta = 0$ στο Σχ. 1.6 δεν μπορεί να αναπαραχθεί πειραματικά επειδή το (τ / τ_m) είναι πάντα μηδέν για πεπερασμένους χρόνους, τα υπόλοιπα από τα αποτελέσματα στο διάγραμμα μπορεί να είναι σημαντικά για πρακτικές εφαρμογές. Στο Σχ. 1.7 παρουσιάζονται αποτελέσματα συναρτήσεως του αδιάστατου χρόνου. Η αργή απόκλιση από $u/\Delta u_g = 1$ για χαμηλές τιμές η είναι προφανής στα διαγράμματα.



Σχήμα 1.6 Χρονική μεταβολή της μετακίνησης ολίσθησης για ορθογωνικό παλμό ($\beta \rightarrow -\infty$) διάρκειας μισού κύκλου, σαν συνάρτηση της αντοχής διαρροής, συναρτήσεως του κανονικοποιημένου χρόνου τ/τ_m .



Σχήμα 1.7 Χρονική μεταβολή της μετακίνησης ολίσθησης για ορθογωνικό παλμό ($\beta \rightarrow -\infty$) διάρκειας μισού κύκλου, σαν συνάρτηση της σαν συνάρτηση της αντοχής διαρροής, συναρτήσει του κανονικοποιημένου χρόνου τ .

1.4.2 Διέγερση πλήρους κύκλου

Λαμβάνοντας υπόψη την έναρξη της ολίσθησης κατά τη διάρκεια της διέγερσης μισού κύκλου (Fig 1.2), η μέγιστη απόκριση ολίσθησης δίνεται από

$$\frac{u_m}{A_g t_d^2} = \frac{1}{4\beta^2(1-e^\beta)} \{X_1 + [e^{2\beta(1-\tau_m)} + e^{-2\beta(1-\tau_m)} - 2 - 4\beta^2(1-\tau_m)^2]H(\tau_m - 1) + [e^{2\beta(2-\tau_m)} - e^{-2\beta(1-\tau_m)} + 2\beta e^\beta(2\tau_m - 3)]H(\tau_m - 3/2)\} \quad (1.18)$$

όπου X_1 δίνεται από την Εξ. (1.9b); τ_m εξάγεται από τη λύση της ακόλουθης εξίσωσης:

$$X_3 - [2\tau_m + \frac{1}{2\beta}[e^{2\beta(1-\tau_m)} - e^{-2\beta(1-\tau_m)}]]H(\tau_m - 1) + \frac{1}{2\beta}[-e^{-2\beta(1-\tau_m)} - e^{2\beta(2-\tau_m)} + 4\beta + 2e^\beta]H(\tau_m - 3/2) = 0 \quad (1.19a)$$

όπου

$$X_3 = (\tau_m - \tau_y)[1 - \eta(1 - e^\beta)] + \frac{1}{2\beta}[e^{2\beta(1-\tau_m)} + e^{2\beta\tau_y} - 2e^\beta] \quad (1.19b)$$

που συμπίπτει με το δεξιό σκέλος της Εξ. (1.8). Η παρουσία των Εξ. (1.8)–(1.9) στις πιο πάνω εξισώσεις είναι αναμενόμενη, καθώς αντιπροσωπεύουν την επίδραση του πρώτου λοβού της διέγερσης στην απόκριση. Ο χρόνος της ολίσθησης, τ_y , και η μέγιστη ταχύτητα απόκρισης, V_m , είναι όπως για τον παλμό μισού κύκλου (Εξ. 1.12–1.13).

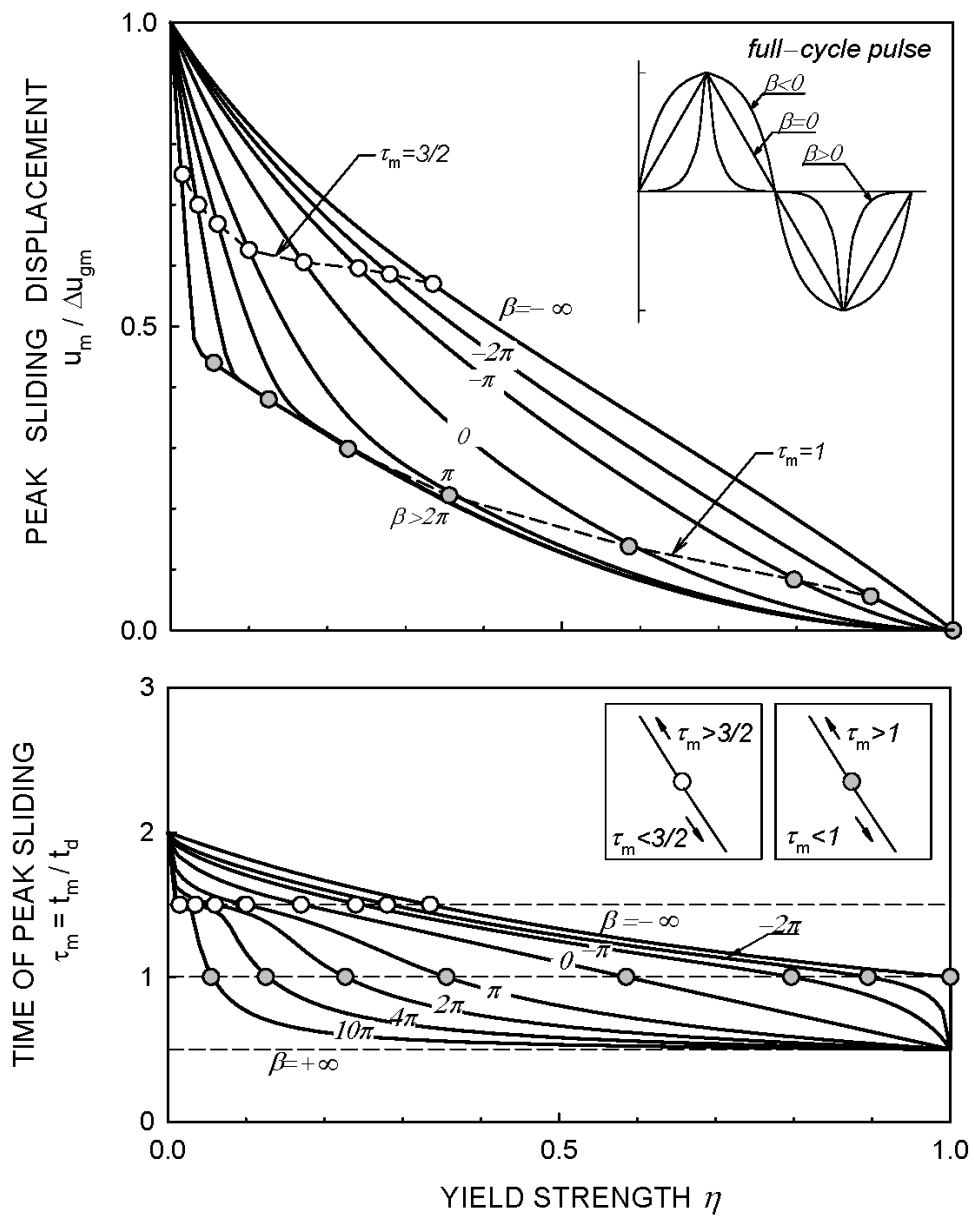
Με την ίδια λογική, η μέγιστη απόκριση ολίσθησης μπορεί να κανονικοποιηθεί με την αυξανόμενη μετακίνηση βάσης Δu_{gm} . Για παλμό πλήρους κύκλου, η παράμετρος αυτή συνδέεται με την ποσότητα $A_g t_d^2$:

$$\frac{\Delta u_{gm}}{A_g t_d^2} = \frac{1}{4\beta^2(1-e^\beta)} \{X_2 + [e^{-2\beta(1-\tau_m)}(1 - e^{2\beta(1-\tau_m)})^2 - 4\beta^2(\tau_m - 1)^2]H(\tau_m - 1) + [e^{2\beta(2-\tau_m)} - e^{-2\beta(1-\tau_m)} + 2\beta e^\beta(2\tau_m - 3)]H(\tau_m - 3/2)\} \quad (1.20)$$

όπου X_2 δίνεται από την Εξ.(1.14b). Ταξινόμηση των κλειστών λύσεων για παλμούς μισού κύκλου, πλήρους κύκλου, γενικευμένους εκθετικούς και κυκλοειδείς δίνεται στα Παραρτήματα A & B.

Αριθμητικά αποτελέσματα από τις παραπάνω εξισώσεις παρουσιάζονται στο Σχ.1.8, σχεδιασμένα σαν συναρτήσεις του η . Ανάλογα με τον παλμό μισού κύκλου, ο χρόνος της μέγιστης μετακίνησης είναι μια φθίνουσα συνάρτηση του η (Σχ 1.8b). Αντίθετα με την προηγούμενη περίπτωση, ωστόσο, το τ_m είναι πάντα πεπερασμένο και περιορισμένο μέσα στη διάρκεια της εξαναγκασμένης ολίσθησης ($1/2 \leq \tau_m \leq 2$). Η μέγιστη απόκριση κατά τη διάρκεια του πρώτου μισού κύκλου ($\tau_m \leq 1$) συμβαίνει μόνο για αρκετά ισχυρή τριβή (δηλ. $\eta > 0.60$ για $\beta = 0$; $\eta > 0.90$ για $\beta = -2\pi$). Για έναν ορθογωνικό παλμό ($\beta \rightarrow -\infty$), η μέγιστη απόκριση συμβαίνει πάντα κατά τη διάρκεια του δεύτερου μισού κύκλου ($1 \leq \tau_m \leq 2$). Η λειτουργική εξάρτηση του τ_m στο η είναι, κατανοητά, πιο σύνθετη από αυτήν του μισού κύκλου παλμού.

Η μέγιστη μετακίνηση ολίσθησης στο Σχ. 1.8a, κανονικοποιημένη με την αυξανόμενη μετακίνηση βάσης Δu_{gm} . Ο λόγος αυτός είναι φυσικά μικρότερος από 1 και μειώνεται για αυξανόμενο η , ξεκινώντας από 1 για $\eta = 0$ και προσεγγίζοντας το μηδέν για $\eta = 1$. Όπως στην προηγούμενη περίπτωση, η επιρροή του σχήματος του παλμού στην απόκριση γίνεται αμελητέα κάτω από $\beta = 2\pi$. Για μικρότερες τιμές του β , ωστόσο, η επιρροή του σχήματος του παλμού γίνεται σημαντικό, με τους κιβωτοειδούς τύπου παλμούς να παρουσιάζουν ισχυρότερη απόκριση από τους αιχμηρούς. Η ανώμαλη συμπεριφορά που παρουσιάστηκε στη διέγερση μισού κύκλου για $\eta \rightarrow 0$ δεν παρουσιάζεται στην περίπτωση αυτή, καθώς ο χρόνος μέγιστης ολίσθησης είναι πάντα πεπερασμένος, οδηγώντας σε $u_m / \Delta u_{gm} = 1$ για μια λεία διεπιφάνεια. Οι άσπρες και γκρι τελείες στο Σχ.1.8 υποδηλώνουν συστήματα που φθάνουν τη μέγιστη απόκριση σε αδιάστατο χρόνο ίσο με $3/2$ και 1, αντίστοιχα (δεν δείχνουν αλλαγή στην κλίση την καμπυλότητα των γραμμών).



Σχήμα 1.8 Κανονικοποιημένη μετακίνηση ολίσθησης ($u_m/\Delta u_{gm}$) και χρόνος της μέγιστης ολίσθησης τ_m για ένα άκαμπτο block υποκείμενο σε παλμό επιτάχυνσης πλήρους κύκλου.

1.4.2.1 Επίδραση κόλλησης – αποκόλλησης: παραμένουσα απόκριση

Τα προηγούμενα αναφέρονται κατά κανόνα σε μία αρχική παύση ($\tau = \tau_{m1}$, Σχ. 1.9), η οποία ορίζει τη μέγιστη απόκριση του block. Μετά την αρχική παύση το block είτε: (1) θα ολισθήσει προς την αντίθετη κατεύθυνση, αν η επιτάχυνση βάσης για τ_{m1} είναι μεγαλύτερη από την αντίσταση τριβής ($|\ddot{u}_g(\tau_{m1})|/A_g > \eta$, Fig 1.9), συμπεριφορά από εδώ και πέρα θα αναφέρεται ως “αποκόλληση” (2) θα κολλήσει αν η επιτάχυνση βάσης για τ_{m1} είναι μικρότερη από την αντίσταση τριβής (ηA_g). Για την τελευταία περίπτωση, η κόλληση θα διαρκέσει μέχρι προκύψει μια νέα υπέρβαση της επιτάχυνσης διαρροής. Αυτή η συμπεριφορά θα αναφέρεται στο εξής σαν “κόλληση”. Για τη συγκεκριμένη οικογένεια παλμών και με βάση τη συμμετρία, ο χρόνος της δεύτερης διαρροής θα είναι πάντα $\tau_{y2} = 1 + \tau_{y1}$.

Το κριτήριο της συμπεριφοράς κόλλησης- αποκόλλησης μπορεί αναλόγως να αναδιατυπωθεί με τις εξισώσεις:

$$\text{stick } (\tau_{y2} = \tau_{y1} + 1), \text{ when } 1 - \tau_{y1} \leq \tau_{m1} \leq 1 + \tau_{y1} \quad (1.21a)$$

$$\text{slip } (\tau_{y2} = \tau_{m1}), \text{ when } 1 + \tau_{y1} < \tau_{m1} < 2 - \tau_{y1} \quad (1.21b)$$

Οι οποίες απεικονίζονται γραφικά στο Σχ.1.10a, σχεδιασμένες σαν συναρτήσεις των παραμέτρων η και β . [Σημειωτέον ότι το η συνδέεται με τον φυσικό συντελεστή τριβής: $\mu = a_y/g = \eta A_g/g$.] Το κρίσιμο σημείο διαχωρισμού της συμπεριφοράς κόλλησης από αυτήν της αποκόλλησης αντιστοιχεί στην τομή των καμπυλών τ_{m1} και $(1 + \tau_{y1})$ και επισημαίνεται με τελεία στα διαγράμματα. Η θέση της καμπύλης τ_{m1} πάνω από το σημείο τομής ισχύει για συνθήκες αποκόλληση, ενώ κάτω από το σημείο τομής στην κόλληση. Προφανώς, συστήματα με μικρή αντοχή διαρροής τείνουν να παρουσιάζουν συμπεριφορά αποκόλλησης και αντιθέτως. Η κρίσιμη αντοχή διαρροής που διαχωρίζει τις δυο περιοχές τείνει να αυξάνεται καθώς το σχήμα των παλμών αλλάζει από αιχμής ($\beta \geq 2\pi$) σε κιβωτοειδές ($\beta \rightarrow -\infty$). Οι διαγραμμισμένες περιοχές που ορίζονται ανάμεσα στις καμπύλες $1 + \tau_{y1}$ και $2 - \tau_{y1}$ απεικονίζουν το σχήμα του παλμού.

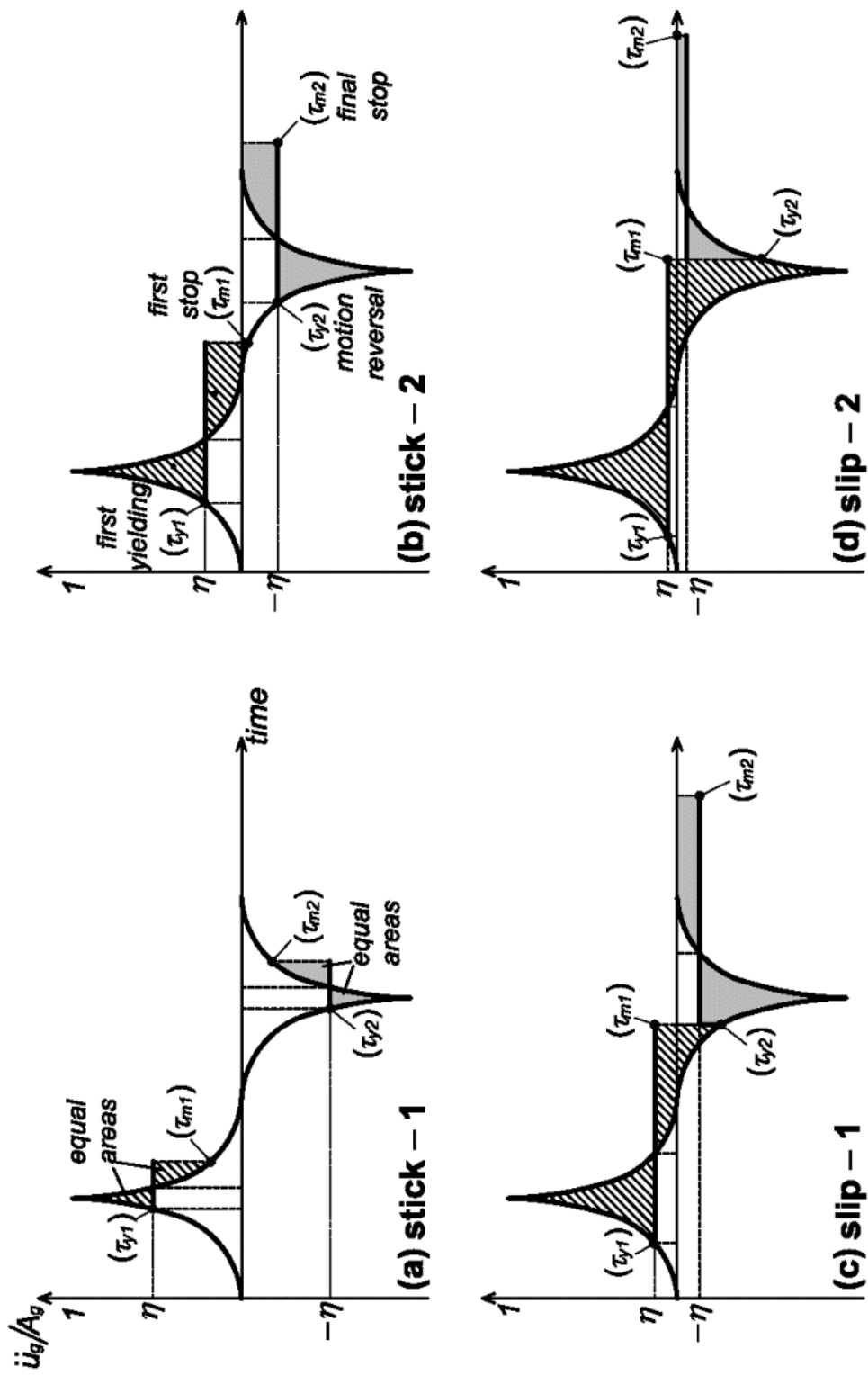
Με βάση τα αποτελέσματα αυτά χρησιμοποιήθηκε ο ακόλουθος παλινδρομικός τύπος για την προσέγγιση της κρίσιμης απαιτούμενης αντοχής για την πρόκληση συμπεριφοράς κόλλησης:

$$\eta_{cr} = 0.1 + 0.8 e^{-\exp(0.25\beta - 0.15)} \quad (1.22)$$

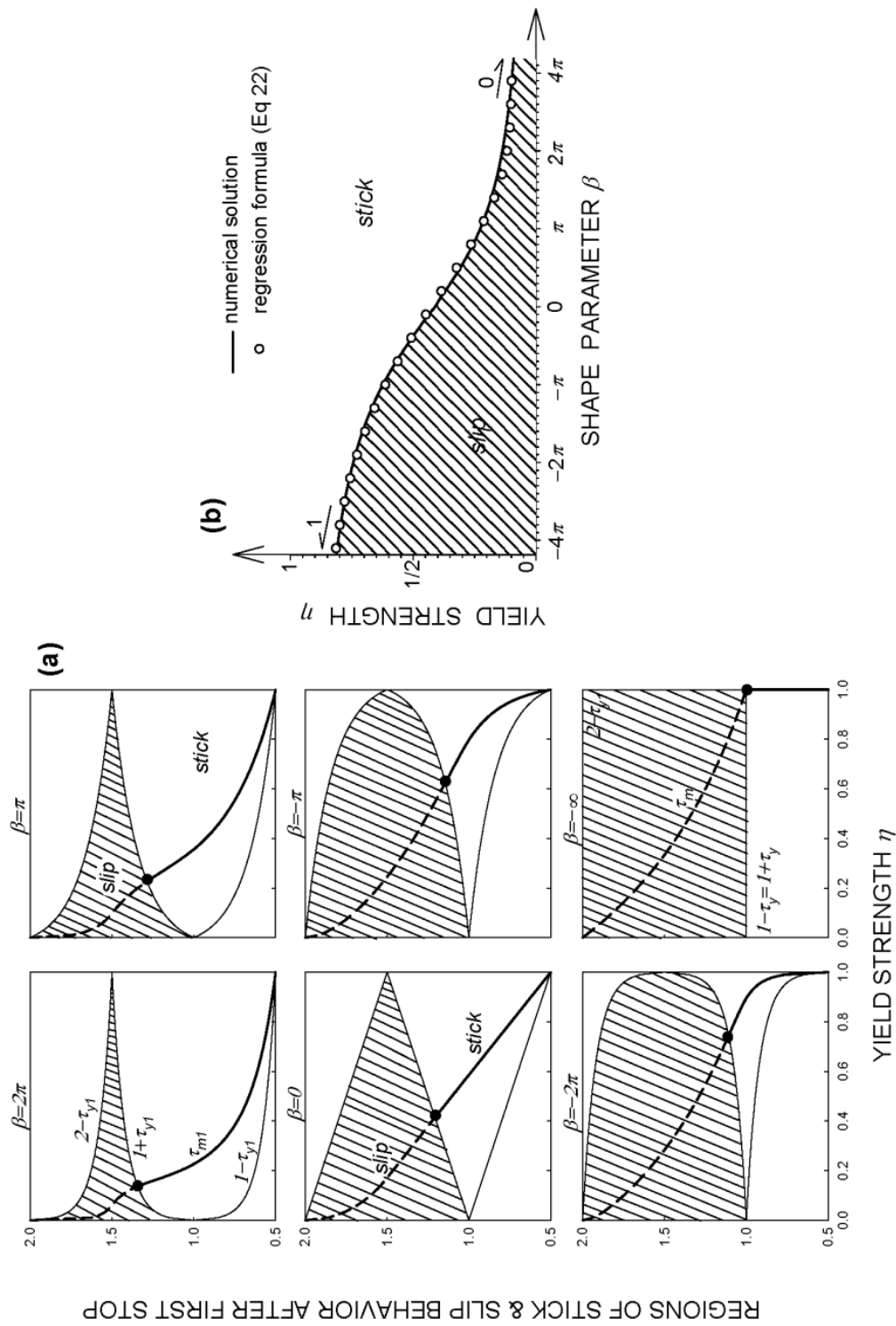
Η οποία ισχύει στην περιοχή $-4\pi \leq \beta \leq 4\pi$ έχοντας συντελεστή R^2 ίσο με 0.988 (Σχ. 1.10b).

Για την περιγραφή του δεύτερου (αντίστροφου) κλάδου ολίσθησης κάτω από συμπεριφορά είτε κόλλησης είτε αποκόλλησης, οι λύσεις που επιτεύχθηκαν για διέγερση μισού κύκλου μπορούν να επεκταθούν ώστε να καλύψουν την περίπτωση όπου τ_y συμβαίνει μετά το τέλος του ανιόντος κλάδου του παλμού ($\tau_y > 1/2$). Αν και αυτή δεν είναι ποτέ η περίπτωση της πρώτης διαρροής, είναι δυνατή για αντίστροφη κίνηση κάτω από συνθήκες ολίσθησης όταν $\tau_{m1} > 3/2$ (Fig 1.9d). Επιπροσθέτως, ενώ το τ_m για παλμό μισού κύκλου μπορεί να συμβεί κατά τη διάρκεια είτε εξαναγκασμένης είτε ελεύθερης

ολίσθησης, η τελική παύση κίνησης για παλμό πλήρους κύκλου (τ_{m2}) και συνθήκες αποκόλλησης θα συμβεί πάντα κατά τη διάρκεια ελεύθερης ολίσθησης (Fig 1.9c,d). Επιπροσθέτως, αν το τ_{m2} συμβεί κατά τη διάρκεια ελεύθερης ολίσθησης, ο συγκεκριμένος κλάδος ολίσθησης θα προκαλέσει μια μετακίνηση u_{m2} η οποία είναι ίση και αντίθετη με αυτήν του πρώτου κλάδου, u_{m1} , και εξ αυτού η παραμένουσα μετακίνηση θα είναι μηδενική.



Σχήμα 1.9 Graphical representation of full-cycle pulse excitation showing times of initiation of slippage (τ_{y1} , τ_{y2}) and times of zero velocity (τ_{m1} , τ_{m2})



Σχήμα 1.10 (a) Criterion for stick-slip behavior after first stop for a full-cycle pulse; (b) critical strength required to induce stick behavior.

Table 1.1 Solution for residual displacement under bilateral sliding to full-cycle excitation

sliding branch	behavior	τ_y	τ_m	u_m
1st (forward)		τ_{y1} from Eq.(2.12)	τ_{m1} from Eq. (2.19)	u_{m1} from Eq. (2.18)
	stick	$\tau_{y2} = \tau_{y1} + 1$	$\bar{\tau}_{m2}$ from Eqs (2.7-2.8) setting $\tau_y = \bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1$	u_{m2} from Eq. (2.9) using $\bar{\tau}_{y2}, \bar{\tau}_{m2}$
2nd (reverse)	slip $\bar{\tau}_{y2} \leq 1/2$	$\tau_{y2} = \tau_{m1}$	$\bar{\tau}_{m2}$ from Eqs (2.7-2.8) setting $\tau_y = \bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1$	u_{m2} from Eq. (2.9) using $\bar{\tau}_{y2}, \bar{\tau}_{m2}$
	slip $\bar{\tau}_{y2} > 1/2$	$\tau_{y2} = \tau_{m1}$	$\bar{\tau}_{m2}$ from Eq. (2.23) setting $\tau_y = \bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1$	u_{m2} from Eq. (2.24) using $\bar{\tau}_{y2}, \bar{\tau}_{m2}$
peak displacement = $u_m = u_{m1}$; residual displacement, $u_{res} = u_{m1} - u_{m2}$				

Υπό το πρίσμα των ανωτέρω, εισάγοντας τους μετασχηματισμούς $\bar{\tau}_{y2} \equiv \tau_{y2} - 1$ και $\bar{\tau}_{m2} \equiv \tau_{m2} - 1$ στις λύσεις για παλμό πλήρους κύκλου, μια απλή διαδικασία για την εξαγωγή της αντίστροφη (u_{m2}) και παραμένουσα (u_{res}) μετακίνηση ολίσθησης μπορεί να διατυπωθεί όπως φαίνεται στον Πίνακα 1.1. Να σημειωθεί ότι σύμφωνα με αυτή τη διαδικασία η u_{m2} υπολογίζεται πάντα σαν θετική ποσότητα.

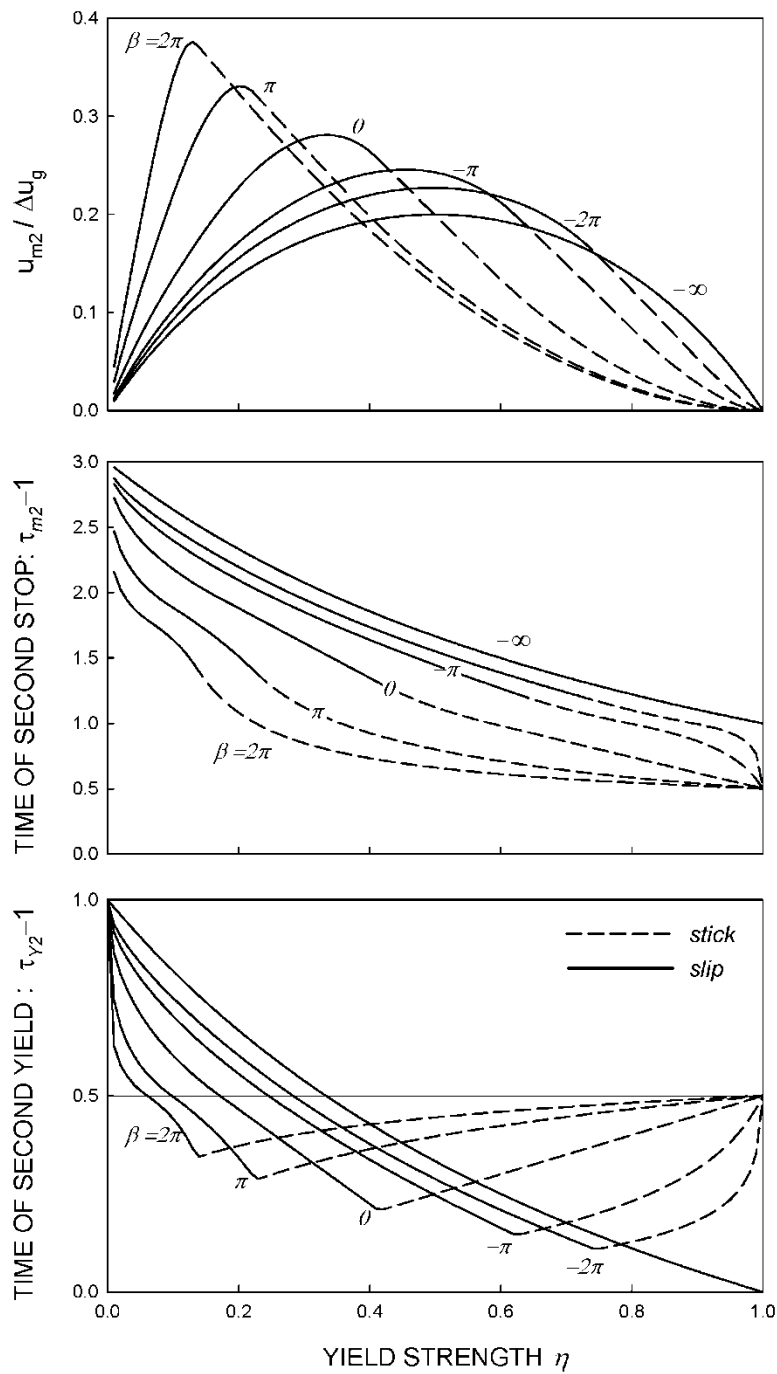
Στην ειδική περίπτωση της κατάστασης αποκόλλησης και όταν $\bar{\tau}_{y2} > 1/2$, η ακόλουθη ρητή λύση εφαρμόζεται για το χρόνο και τη μετακίνηση στο δεύτερο σταμάτημα:

$$\bar{\tau}_{m2} = \bar{\tau}_{y2} + \frac{1}{\eta(1-e^\beta)} \left[1 + \frac{1}{2\beta} (1 - e^{2\beta(1-\bar{\tau}_{y2})}) - \bar{\tau}_{y2} \right] \quad (1.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{u_{m2}}{A_g t_d^2} = & \frac{1}{4\beta^2(1-e^\beta)} \{ -2\beta^2 [(1-\bar{\tau}_{y2})(1+\bar{\tau}_{y2} - 2\bar{\tau}_{m2}) + \eta(\bar{\tau}_{m2} - \bar{\tau}_{y2})^2] + \\ & + 2\beta^2 e^{\beta(1+2\bar{\tau}_{y2})} \eta(\bar{\tau}_{m2} - \bar{\tau}_{y2})^2 + e^{2\beta(1-\bar{\tau}_{y2})} [1 - 2\beta(\bar{\tau}_{m2} - \bar{\tau}_{y2})] - 2\beta(1-\bar{\tau}_{m2}) - 1 \} \end{aligned} \quad (1.24)$$

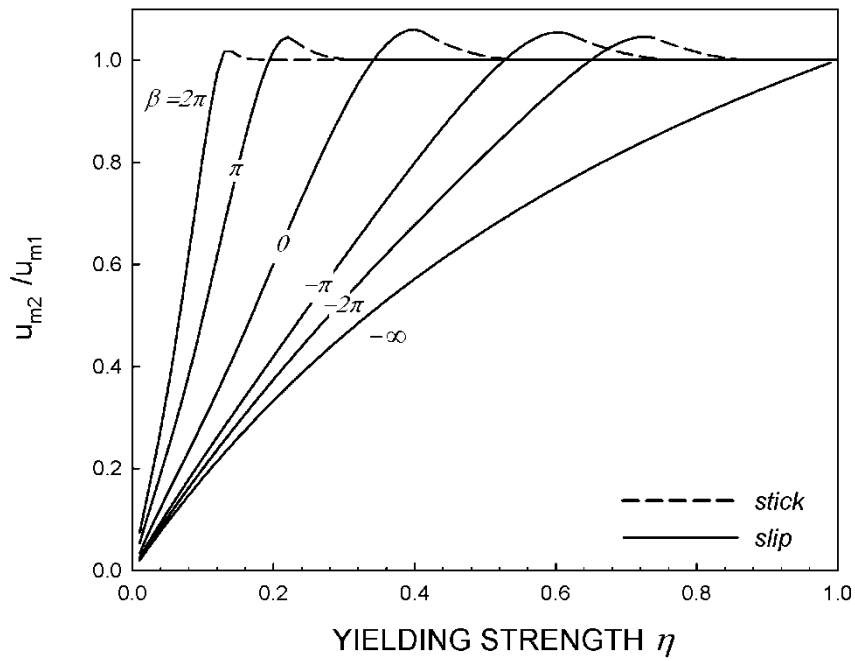
Ας σημειωθεί ότι οι πιο πάνω λύσεις εφαρμόζουν στην περίπτωση μη συμμετρικής τριβής αν χρησιμοποιηθούν διαφορετικοί συντελεστές τριβής (η_1, η_2) σε κανονική και αντίστροφη αποκόλληση. Αυτοί, επίσης, θα αλλάξουν τα κριτήρια για τη διακριτοποίηση της κόλλησης και αποκόλλησης όπως θα αναλυθεί στο Τμήμα 1.6.

Το Σχήμα 1.11 επεξηγεί την απόκριση σε αποκόλληση κατά τη διάρκεια της αντίστροφης κίνησης όπως περιγράφεται στον Πιν. 1.1. Οι διακεκομμένες γραμμές αντιπροσωπεύουν τις συνθήκες κόλλησης.

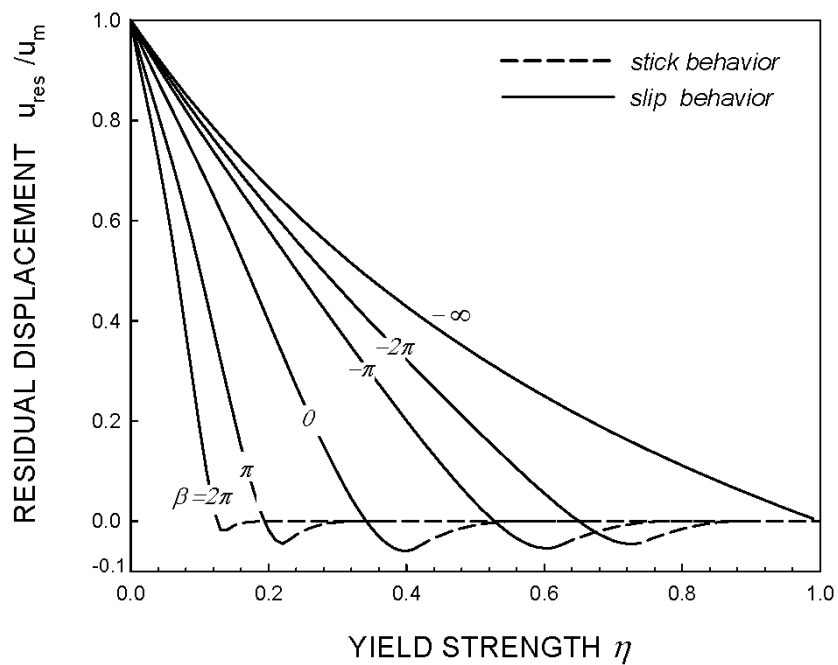


Σχήμα 1.11 Normalized maximum response, time of maximum sliding response and time of yield during second slide (motion reversal).

Τα αποτελέσματα για μετακίνηση στη δεύτερη παύση u_{m2} , και η παραμένουσα μετακίνηση, $u_{res}=u_{m1}-u_{m2}$, υπολογισμένες σύμφωνα με την ακριβή διαδικασία του Πιν.1.1 επεξηγούνται στα Σχ. 1.12 και 1.13, κανονικοποιημένες με τη μέγιστη μετακίνηση $u_m=u_{m1}$. Όπως είναι αναμενόμενο, το άθροισμα της μετακίνησης στο δεύτερο σταμάτημα και η παραμένουσα μετακίνηση κανονικοποιημένες με u_{m1} ισούται με 1. Η παραμένουσα μετακίνηση είναι φυσικά μικρότερη από u_m , ως εκ τούτου οι σχεδιασμένες τιμές είναι μικρότερες από 1 και τείνουν να μειώνονται με αυξανόμενη την αντίσταση τριβής. Αυτό είναι προφανές για συνθήκες αποκόλλησης και σχετικά χαμηλή τριβή, όπως φαίνεται στο Σχ.1.9d. Εξάιρεση είναι η περίπτωση της αντίστασης τριβής κοντά στην κρίσιμη τιμή στην Εξ.(1.22), όπου η αντίστροφη ολίσθηση μπορεί να είναι μεγαλύτερη από την προς τα εμπρός, γεγονός που οδηγεί σε αρνητικές παραμένουσες παραμορφώσεις (Σχ 1.9c). Για συνθήκες κόλλησης, η u_{m1} είναι μικρότερη από την u_{m2} η οποία γενικά οδηγεί σε αρνητικές τιμές στο διάγραμμα. Αυτή είναι η περίπτωση όπου το τ_{m2} συμβαίνει κατά τη διάρκεια ελεύθερης ολίσθησης, όπως φαίνεται στο Σχ.1.9b. Από την άλλη πλευρά, όταν το τ_{m2} συμβαίνει κατά τη διάρκεια εξαναγκασμένης ολίσθησης, η παραμένουσα μετακίνηση είναι πάντα μηδέν καθώς $u_{m1}=u_{m2}$ (Σχ 1.9a).



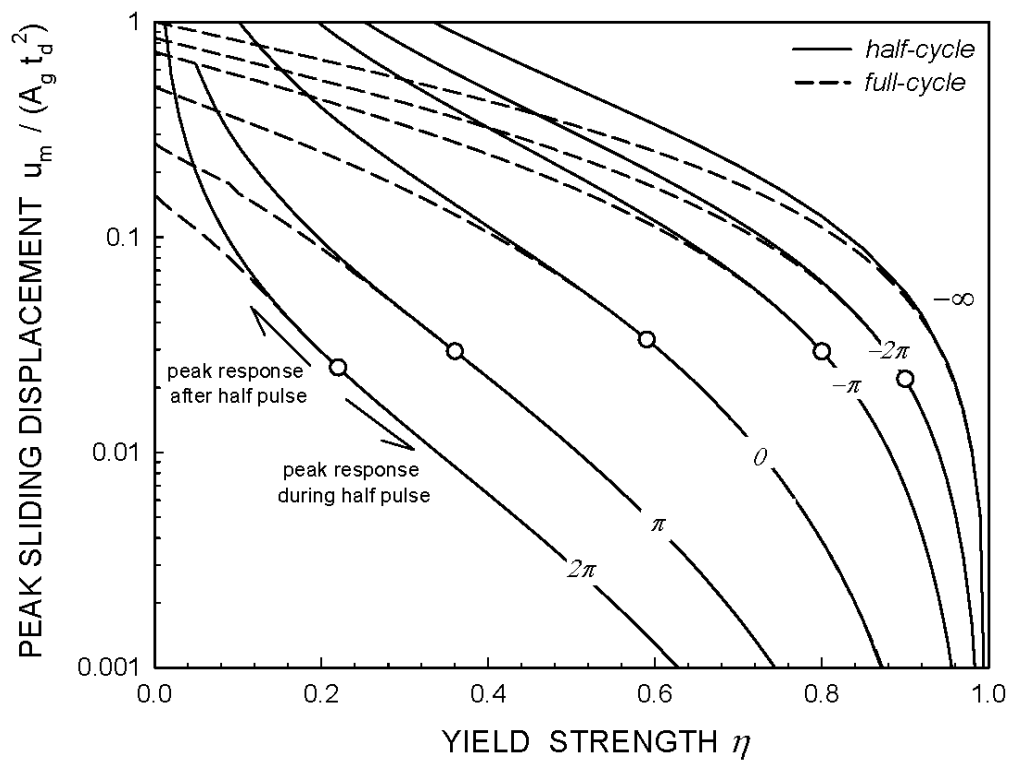
Σχήμα 1.12 Comparison of blocks maximum displacement during second and first slide.



Σχήμα 1.13 Residual (permanent) displacement for a full-cycle pulse as a fraction of maximum displacement. Note the progressively smaller residual displacements with increasing yielding strength leading to negative and eventually zero values.

Πρόσθετη επεξήγηση για τις παραπάνω αναφερθείσες τάσεις της συμπεριφοράς κόλλησης παρέχεται στο Σχ. 1.14, όπου συγκρίνονται οι μέγιστες μετακινήσεις ολίσθησης για παλμό μισού και πλήρους κύκλου. Προφανώς, οι παλμοί μισού κύκλου παράγουν μεγαλύτερη μετακίνηση από αυτούς του πλήρους κύκλου. Οι λύσεις συγκλίνουν με αυξανόμενη την αντοχή διαρροής και γίνονται πανομοιότυπες μετά περίπου τις τιμές $\eta = 0.36$ και 0.59 για $\beta = \pi$ και 0 , αντίστοιχα. Οι οριακές αυτές τιμές είναι ταυτόσημες με αυτές που φαίνονται στο Σχ.1.5 και επιβεβαιώνουν ότι η μέγιστη μετακίνηση επιτυγχάνεται κατά τη διάρκεια του πρώτου μισού του παλμού.

Καθώς κάτω από μέτριας έντασης τριβή η συμπεριφορά κόλλησης είναι συμβατή με αυτήν που φαίνεται στο Σχ.1.9b, η u_{m2} είναι ίση με την μέγιστη απόκριση ολίσθησης σε διέγερση μισού κύκλου, η οποία είναι εν γένει υψηλότερη από την u_{m1} σε διέγερση πλήρους κύκλου (δηλ., τα σημεία επάνω από την άσπρη τελεία, Σχ. 1.14). Οι αρνητικές τιμές που παρατηρούνται στο Σχ.1.13 είναι, παρομοίως, αναμενόμενες. Καθώς για μεγαλύτερες αντιστάσεις τριβής η συμπεριφορά κόλλησης είναι συμβατή με αυτήν του Σχ. 1.9a, οι δυο σπονδυλωτές αποκρίσεις είναι ίσες (δηλ., τα σημεία κάτω από την άσπρη τελεία, Σχ. 1.14). Η παραμένουσα μετακίνηση u_{res} είναι, αναλόγως, μηδέν.



Σχήμα 1.14 Comparison of peak sliding displacement for half- and full-cycle excitation.

1.5 Κανονικοποίηση της μετακίνησης με διαστατική ανάλυση

Εκτός από την έκφραση των αποτελεσμάτων σε αδιάστατη μορφή, πρέπει να επιλεγεί ένα κατάλληλο σχήμα κανονικοποίησης για την ελαχιστοποίηση της διασποράς των αποτελεσμάτων (ιδεατά θα οδηγήσει σε μια μοναδική ανεξάρτητη μεταβλητή που θα εντοπίσει τα προεξάρχοντα χαρακτηριστικά της λύσης. Αυτό επιτυγχάνεται συχνά με τη βοήθεια της διαστατικής ανάλυσης όπως εξηγείται στους Barenblatt (1996) και Butterfield (1999). Η προσέγγιση διερευνάται εδώ κανονικοποιώντας την μετακίνηση ολίσθησης σαν εναλλακτικό μέγεθος της αυξημένης εδαφικής μετακίνησης Δu_{gm} .

Στο δεδομένο πρόβλημα μπορεί να ορισθεί μια σειρά χαρακτηριστικών μηκών D_c σύμφωνα με την έκφραση:

$$D_c \propto A_g^a V_g^b D_g^c t_d^d \quad (1.25)$$

όπου A_g , V_g , D_g , t_d οι θεμελιώδεις φυσικές παράμετροι του παλμού και a , b , c , d οι σχετικοί αδιάστατοι εκθέτες. Το πλεονέκτημα αυτής της κανονικοποίησης έναντι της Δu_{gm} , είναι ότι το D_c μπορεί να οριστεί εκ των προτέρων, καθώς είναι ανεξάρτητο από την απόκριση και εξ αυτού δεν μεταβάλλεται με την αντίσταση τριβής.

Εξισώνοντας μονάδες του μήκους και του χρόνου ανάμεσα στο αριστερό και το δεξιό μέρος της Εξ. (1.25) καταλήγει στο ακόλουθο ζεύγος γραμμικών εξισώσεων με τέσσερις αγνώστους:

$$\begin{aligned} a + b + c &= 1 \\ 2a + b - d &= 0 \end{aligned} \quad (1.26a, b)$$

Υπάρχουν έξι πιθανές διατυπώσεις που μπορούν να εξαχθούν από τη λύση αυτών των εξισώσεων εξαρτώμενες από τις παραμέτρους που θα απαλειφθούν. Για παράδειγμα, απαλείφοντας τις παραμέτρους c και d καταλήγει

$$\frac{D_c}{D_g} \propto \left(\frac{A_g t_d^2}{D_g} \right)^a \left(\frac{V_g t_d}{D_g} \right)^b \quad (1.27a)$$

Η οποία αποκαλύπτει την ύπαρξη των τριών αδιάστατων ομάδων που σχετίζονται με την απόκριση μετακίνησης.

Υπό το ίδιο πνεύμα, απαλείφοντας τις σταθερές b και d από τις Εξ.(1.25–1.26), προκύπτει

$$\frac{D_c}{V_g t_d} \propto \left(\frac{A_g t_d}{V_g} \right)^a \left(\frac{D_g}{V_g t_d} \right)^c \quad (1.27b)$$

Η οποία εμφανίζει δυο πρόσθετες αδιάστατες ομάδες στο αριστερό και δεξιό μέρος.

Επαναλαμβάνοντας τη διαδικασία τέσσερις φορές για να απαλειφθούν τα απομένοντα ζεύγη (a, b) , (a, c) , (a, d) , (b, c) , επιτυγχάνεται η ακόλουθη ομάδα χαρακτηριστικών μετακινήσεων:

$$D_c = A_g^a V_g^{d-2a} D_g^{1+a-d} t^d = D_g \left(\frac{A_g D_g}{V_g^2} \right)^a \left(\frac{V_g t}{D_g} \right)^d \quad (1.27c)$$

$$D_c = A_g^{1-b-c} V_g^b D_g^c t^{2-b-2c} = A_g t^2 \left(\frac{V_g}{A_g t} \right)^b \left(\frac{D_g}{A_g t^2} \right)^c \quad (1.27d)$$

$$D_c = A_g^{(d-b)/2} V_g^b D_g^{1-(d+b)/2} t^d = D_g \left(\frac{V_g}{A_g D_g} \right)^{b/2} \left(\frac{A_g t^2}{D_g} \right)^{d/2} \quad (1.27e)$$

$$D_c = A_g^{d+c-1} V_g^{2-d-2c} D_g^c t^d = \frac{V_g^2}{A_g} \left(\frac{A_g D_g}{V_g^2} \right)^c \left(\frac{A_g t}{V_g} \right)^d \quad (1.27f)$$

Προφανώς, ανάλογα με τις τιμές των σταθερών a, b, c, d , είναι δυνατός ένα άπειρος αριθμός σχημάτων κανονικοποίησης. Παραδείγματα από τα σχήματα που παράγονται από τις Εξ. (1.27) παρουσιάζονται στους Πιν. 1.2α έως 1.2f για ακέραιες τιμές των a, b, c, d στο εύρος τιμών -4 έως 4 . Τα σημειωμένα κελιά αναφέρονται σε μηδενικές τιμές μιας ή περισσοτέρων μεταβλητών.

Η απλούστερη ομάδα χαρακτηριστικών μετακινήσεων επιτυγχάνεται θέτοντας τις ενεργητικές δυνάμεις σε κάθε μια από τις πιο πάνω εξισώσεις ίσες με μηδέν ή ένα, οπότε προκύπτει:

$$D_c = \left\{ A_g t_d^2 ; \frac{V_g^2}{A_g} ; D_g ; V_g t_d ; \frac{V_g D_g}{A_g t_d} ; \frac{A_g D_g t_d}{V_g} \right\} \quad (1.28a-f)$$

Από αυτά τα σχήματα κανονικοποίησης, το πρώτο, $D_c = A_g t_d^2$, χρησιμοποιήθηκε από έναν αριθμό ερευνητών (Sarma 1975, Yegian *et al.* 1991), ενώ το δεύτερο, $D_c = V_g^2/A_g$ χρησιμοποιήθηκαν στις κλασσικές μελέτες του Newmark (1965, 1971). Τα τελευταία τέσσερα σχήματα δεν έχουν ερευνηθεί στο παρελθόν αναφορικά με το παρόν πρόβλημα. Σημειωτέον ότι οι πιο πάνω κανονικοποιήσεις είναι αν ανεξάρτητες της κυματικής μορφής και εξ αυτού εφαρμόσιμες σε κάθε σεισμική κίνηση.

Table 1.2a Χαρακτηριστική μετακίνηση D_c για διάφορες ακέραιες τιμές των σταθερών a, b . (Eq. 1.27a).

$$u = A^a V^b D^{1-a-b} t^{2a+b} = \left(\frac{At^2}{D} \right)^a \left(\frac{Vt}{D} \right)^b D \quad (a)$$

b/a	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4	$\frac{D^9}{A^4 V^4 t^{12}}$	$\frac{D^8}{A^3 V^4 t^{10}}$	$\frac{D^7}{A^2 V^4 t^8}$	$\frac{D^6}{A V^4 t^6}$	$\frac{D^5}{V^4 t^4}$	$\frac{AD^4}{V^4 t^2}$	$\frac{A^2 D^3}{V^4}$	$\frac{A^3 D^2 t^2}{V^4}$	$\frac{A^4 D t^4}{V^4}$
-3	$\frac{D^8}{A^4 V^3 t^{11}}$	$\frac{D^7}{A^3 V^3 t^9}$	$\frac{D^6}{A^2 V^3 t^7}$	$\frac{D^5}{A V^3 t^5}$	$\frac{D^4}{V^3 t^3}$	$\frac{AD^3}{V^3 t}$	$\frac{A^2 D^2 t}{V^3}$	$\frac{A^3 D t^3}{V^3}$	$\frac{A^4 t^5}{V^3}$
-2	$\frac{D^7}{A^4 V^2 t^{10}}$	$\frac{D^6}{A^3 V^2 t^8}$	$\frac{D^5}{A^2 V^2 t^6}$	$\frac{D^4}{A V^2 t^4}$	$\frac{D^3}{V^2 t^2}$	$\frac{AD^2}{V^2}$	$\frac{A^2 D t^2}{V^2}$	$\frac{A^3 t^4}{V^2}$	$\frac{A^4 t^6}{V^2 D}$
-1	$\frac{D^6}{A^4 V t^9}$	$\frac{D^5}{A^3 V t^7}$	$\frac{D^4}{A^2 V t^5}$	$\frac{D^3}{A V t^3}$	$\frac{D^2}{V t}$	$\frac{AD t}{V}$	$\frac{A^2 t^3}{V}$	$\frac{A^3 t^5}{V D}$	$\frac{A^4 t^7}{V D^2}$
0	$\frac{D^5}{A^4 t^8}$	$\frac{D^4}{A^3 t^6}$	$\frac{D^3}{A^2 t^4}$	$\frac{D^2}{A t^2}$	D	$A t^2$	$\frac{A^2 t^4}{D}$	$\frac{A^3 t^6}{D^2}$	$\frac{A^4 t^8}{D^3}$
1	$\frac{V D^4}{A^4 t^7}$	$\frac{V D^3}{A^3 t^5}$	$\frac{V D^2}{A^2 t^3}$	$\frac{V D}{A t}$	$V t$	$\frac{A V t^3}{D}$	$\frac{A^2 V t^5}{D^2}$	$\frac{A^3 V t^7}{D^3}$	$\frac{A^4 V t^9}{D^4}$
2	$\frac{V^2 D^3}{A^4 t^6}$	$\frac{V^2 D^2}{A^3 t^4}$	$\frac{V^2 D}{A^2 t^2}$	$\frac{V^2}{A}$	$\frac{V^2 t^2}{D}$	$\frac{A V^2 t^4}{D^2}$	$\frac{A^2 V^2 t^6}{D^3}$	$\frac{A^3 V^2 t^8}{D^4}$	$\frac{A^4 V^2 t^{10}}{D^5}$
3	$\frac{V^3 D^2}{A^4 t^5}$	$\frac{V^3 D}{A^3 t^3}$	$\frac{V^3}{A^2 t}$	$\frac{V^3 t}{A D}$	$\frac{V^3 t^3}{D^2}$	$\frac{A V^3 t^5}{D^3}$	$\frac{A^2 V^3 t^7}{D^4}$	$\frac{A^3 V^3 t^9}{D^5}$	$\frac{A^4 V^3 t^{11}}{D^6}$
4	$\frac{V^4 D}{A^4 t^4}$	$\frac{V^4}{A^3 t^2}$	$\frac{V^4}{A^2 D}$	$\frac{V^4 t^2}{A D^2}$	$\frac{V^4 t^4}{D^3}$	$\frac{A V^4 t^6}{D^4}$	$\frac{A^2 V^4 t^8}{D^5}$	$\frac{A^3 V^4 t^{10}}{D^6}$	$\frac{A^4 V^4 t^{12}}{D^7}$

Table 1.2b Χαρακτηριστική μετακίνηση D_c για διάφορες ακέραιες τιμές των σταθερών a, c . (Eq. 1.27b).

$$u = A^a V^{1-a-c} D^c t^{1+a-c} = Vt \left(\frac{At}{V} \right)^a \left(\frac{D}{Vt} \right)^c \quad (b)$$

c/a	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4						$\frac{AV^4t^6}{D^4}$	$\frac{A^2V^3t^7}{D^4}$	$\frac{A^3V^2t^8}{D^4}$	$\frac{A^4Vt^9}{D^4}$
-3					$\frac{V^4t^4}{D^3}$	$\frac{AV^3t^5}{D^3}$	$\frac{A^2V^2t^6}{D^3}$	$\frac{A^3Vt^7}{D^3}$	$\frac{A^4t^8}{D^3}$
-2				$\frac{V^4t^2}{AD^2}$	$\frac{V^3t^3}{D^2}$	$\frac{AV^2t^4}{D^2}$	$\frac{A^2Vt^5}{D^2}$	$\frac{A^3t^6}{D^2}$	$\frac{A^4t^7}{VD^2}$
-1			$\frac{V^4}{A^2D}$	$\frac{V^3t}{AD}$	$\frac{V^2t^2}{D}$	$\frac{AVt^3}{D}$	$\frac{A^2t^4}{D}$	$\frac{A^3t^5}{VD}$	$\frac{A^4t^6}{V^2D}$
0		$\frac{V^4}{A^3t^2}$	$\frac{V^3}{A^2t}$	$\frac{V^2}{A}$	Vt	At^2	$\frac{A^2t^3}{V}$	$\frac{A^3t^4}{V^2}$	$\frac{A^4t^5}{V^3}$
1	$\frac{V^4D}{A^4t^4}$	$\frac{V^3D}{A^3t^3}$	$\frac{V^2D}{A^2t^2}$	$\frac{VD}{At}$	D	$\frac{ADt}{V}$	$\frac{A^2Dt^2}{V^2}$	$\frac{A^3Dt^3}{V^3}$	$\frac{A^4Dt^4}{V^4}$
2	$\frac{V^3D^2}{A^4t^5}$	$\frac{V^2D^2}{A^3t^4}$	$\frac{VD^2}{A^2t^3}$	$\frac{D^2}{At^2}$	$\frac{D^2}{Vt}$	$\frac{AD^2}{V^2}$	$\frac{A^2D^2t}{V^3}$	$\frac{A^3D^2t^2}{V^4}$	
3	$\frac{V^2D^3}{A^4t^6}$	$\frac{VD^3}{A^3t^5}$	$\frac{D^3}{A^2t^4}$	$\frac{D^3}{AVt^3}$	$\frac{D^3}{V^2t^2}$	$\frac{AD^3}{V^3t}$	$\frac{A^2D^3}{V^4}$		
4	$\frac{VD^4}{A^4t^7}$	$\frac{D^4}{A^3t^6}$	$\frac{D^4}{A^2Vt^5}$	$\frac{D^4}{AV^2t^4}$	$\frac{D^4}{V^3t^3}$	$\frac{AD^4}{V^4t^2}$			

Table 1.2c Χαρακτηριστική μετακίνηση D_c για διάφορες ακέραιες τιμές των σταθερών a, c .
(Eq. 1.27c).

$$u = A^a V^{d-2a} D^{1+a-d} t^d = D \left(\frac{AD}{V^2} \right)^a \left(\frac{Vt}{D} \right)^d \quad (c)$$

d/a	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4	$\frac{V^4 D}{A^4 t^4}$	$\frac{V^2 D^2}{A^3 t^4}$	$\frac{D^3}{A^2 t^4}$	$\frac{D^4}{AV^2 t^4}$					
-3		$\frac{V^3 D}{A^3 t^3}$	$\frac{VD^2}{A^2 t^3}$	$\frac{D^3}{AV t^3}$	$\frac{D^4}{V^3 t^3}$				
-2		$\frac{V^4}{A^3 t^2}$	$\frac{V^2 D}{A^2 t^2}$	$\frac{D^2}{A t^2}$	$\frac{D^3}{V^2 t^2}$	$\frac{AD^4}{V^4 t^2}$			
-1			$\frac{V^3}{A^2 t}$	$\frac{VD}{A t}$	$\frac{D^2}{V t}$	$\frac{AD^3}{V^3 t}$			
0			$\frac{V^4}{A^2 D}$	$\frac{V^2}{A}$	D	$\frac{AD^2}{V^2}$	$\frac{A^2 D^3}{V^4}$		
1				$\frac{V^3 t}{AD}$	$V t$	$\frac{AD t}{V}$	$\frac{A^2 D^2 t}{V^3}$		
2				$\frac{V^4 t^2}{AD^2}$	$\frac{V^2 t^2}{D}$	$A t^2$	$\frac{A^2 D t^2}{V^2}$	$\frac{A^3 D^2 t^2}{V^4}$	
3					$\frac{V^3 t^3}{D^2}$	$\frac{AV t^3}{D}$	$\frac{A^2 t^3}{V}$	$\frac{A^3 D t^3}{V^3}$	
4					$\frac{V^4 t^4}{D^3}$	$\frac{AV^2 t^4}{D^2}$	$\frac{A^2 t^4}{D}$	$\frac{A^3 t^4}{V^2}$	$\frac{A^4 D t^4}{V^4}$

Table 1. Χαρακτηριστική μετακίνηση D_c για διάφορες ακέραιες τιμές των σταθερών a, c . (Eq. 1.27d).

$$u = A^{1-b-c} V^b D^c t^{2-b-2c} = At^2 \left(\frac{V}{At} \right)^b \left(\frac{D}{At^2} \right)^c \quad (d)$$

$c \backslash b$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4						$\frac{A^4 V t^9}{D^4}$	$\frac{A^3 V^2 t^8}{D^4}$	$\frac{A^2 V^3 t^7}{D^4}$	$\frac{A V^4 t^6}{D^4}$
-3					$\frac{A^4 t^8}{D^3}$	$\frac{A^3 V t^7}{D^3}$	$\frac{A^2 V^2 t^6}{D^3}$	$\frac{A V^3 t^5}{D^3}$	$\frac{V^4 t^4}{D^3}$
-2				$\frac{A^4 t^7}{V D^2}$	$\frac{A^3 t^6}{D^2}$	$\frac{A^2 V t^5}{D^2}$	$\frac{A V^2 t^4}{D^2}$	$\frac{V^3 t^3}{D^2}$	$\frac{V^4 t^2}{A D^2}$
-1			$\frac{A^4 t^6}{V^2 D}$	$\frac{A^3 t^5}{V D}$	$\frac{A^2 t^4}{D}$	$\frac{A V t^3}{D}$	$\frac{V^2 t^2}{D}$	$\frac{V^3 t}{A D}$	$\frac{V^4}{A^2 D}$
0		$\frac{A^4 t^5}{V^3}$	$\frac{A^3 t^4}{V^2}$	$\frac{A^2 t^3}{V}$	$A t^2$	$V t$	$\frac{V^2}{A}$	$\frac{V^3}{A^2 t}$	$\frac{V^4}{A^3 t^2}$
1	$\frac{A^4 D t^4}{V^4}$	$\frac{A^3 D t^3}{V^3}$	$\frac{A^2 D t^2}{V^2}$	$\frac{A D t}{V}$	D	$\frac{V D}{A t}$	$\frac{V^2 D}{A^2 t^2}$	$\frac{V^3 D}{A^3 t^3}$	$\frac{V^4 D}{A^4 t^4}$
2	$\frac{A^3 D^2 t^2}{V^4}$	$\frac{A^2 D^2 t}{V^3}$	$\frac{A D^2}{V^2}$	$\frac{D^2}{V t}$	$\frac{D^2}{A t^2}$	$\frac{V D^2}{A^2 t^3}$	$\frac{V^2 D^2}{A^3 t^4}$	$\frac{V^3 D^2}{A^4 t^5}$	
3	$\frac{A^2 D^3}{V^4}$	$\frac{A D^3}{V^3 t}$	$\frac{D^3}{V^2 t^2}$	$\frac{D^3}{A V t^3}$	$\frac{D^3}{A^2 t^4}$	$\frac{V D^3}{A^3 t^5}$	$\frac{V^2 D^3}{A^4 t^6}$		
4	$\frac{A D^4}{V^4 t^2}$	$\frac{D^4}{V^3 t^3}$	$\frac{D^4}{A V^2 t^4}$	$\frac{D^4}{A^2 V t^5}$	$\frac{D^4}{A^3 t^6}$	$\frac{V D^4}{A^4 t^7}$			

Table 1.2e Χαρακτηριστική μετακίνηση D_c για διάφορες ακέραιες τιμές των σταθερών a, c . (Eq. 1.27e).

$$u = A^{(d-b)/2} V^b D^{1-(d+b)/2} t^d = D \left(\frac{V^2}{AD} \right)^{b/2} \left(\frac{At^2}{D} \right)^{d/2} \quad (e)$$

$d \backslash b$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4	$\frac{D^5}{V^4 t^4}$		$\frac{D^4}{AV^2 t^4}$		$\frac{D^3}{A^2 t^4}$		$\frac{V^2 D^2}{A^3 t^4}$		$\frac{V^4 D}{A^4 t^4}$
-3		$\frac{D^4}{V^3 t^3}$		$\frac{D^3}{AV t^3}$		$\frac{VD^2}{A^2 t^3}$		$\frac{V^3 D}{A^3 t^3}$	
-2	$\frac{AD^4}{V^4 t^2}$		$\frac{D^3}{V^2 t^2}$		$\frac{D^2}{At^2}$		$\frac{V^2 D}{A^2 t^2}$		$\frac{V^4}{A^3 t^2}$
-1		$\frac{AD^3}{V^3 t}$		$\frac{D^2}{Vt}$		$\frac{VD}{At}$		$\frac{V^3}{A^2 t}$	
0	$\frac{A^2 D^3}{V^4}$		$\frac{AD^2}{V^2}$		D		$\frac{V^2}{A}$		$\frac{V^4}{A^2 D}$
1		$\frac{A^2 D^2 t}{V^3}$		$\frac{ADt}{V}$		Vt		$\frac{V^3 t}{AD}$	
2	$\frac{A^3 D^2 t^2}{V^4}$		$\frac{A^2 Dt^2}{V^2}$		At^2		$\frac{V^2 t^2}{D}$		$\frac{V^4 t^2}{AD^2}$
3		$\frac{A^3 Dt^3}{V^3}$		$\frac{A^2 t^3}{V}$		$\frac{AV t^3}{D}$		$\frac{V^3 t^3}{D^2}$	
4	$\frac{A^4 Dt^4}{V^4}$		$\frac{A^3 t^4}{V^2}$		$\frac{A^2 t^4}{D}$		$\frac{AV^2 t^4}{D^2}$		$\frac{V^4 t^4}{D^3}$

Table 1.2f Χαρακτηριστική μετακίνηση D_c για διάφορες ακέραιες τιμές των σταθερών a, c .
(Eq. 1.27f).

$$u = A^{d+c-1} V^{2-d-2c} D^c t^d = \frac{V^2}{A} \left(\frac{AD}{V^2} \right)^c \left(\frac{At}{V} \right)^d \quad (f)$$

d/c	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
-4						$\frac{V^4 D}{A^4 t^4}$	$\frac{V^2 D^2}{A^3 t^4}$	$\frac{D^3}{A^2 t^4}$	$\frac{D^4}{AV^2 t^4}$
-3						$\frac{V^3 D}{A^3 t^3}$	$\frac{VD^2}{A^2 t^3}$	$\frac{D^3}{AV t^3}$	$\frac{D^4}{V^3 t^3}$
-2					$\frac{V^4}{A^3 t^2}$	$\frac{V^2 D}{A^2 t^2}$	$\frac{D^2}{At^2}$	$\frac{D^3}{V^2 t^2}$	$\frac{AD^4}{V^4 t^2}$
-1					$\frac{V^3}{A^2 t}$	$\frac{VD}{At}$	$\frac{D^2}{Vt}$	$\frac{AD^3}{V^3 t}$	
0				$\frac{V^4}{A^2 D}$	$\frac{V^2}{A}$	D	$\frac{AD^2}{V^2}$	$\frac{A^2 D^3}{V^4}$	
1				$\frac{V^3 t}{AD}$	Vt	$\frac{ADt}{V}$	$\frac{A^2 D^2 t}{V^3}$		
2			$\frac{V^4 t^2}{AD^2}$	$\frac{V^2 t^2}{D}$	At^2	$\frac{A^2 D t^2}{V^2}$	$\frac{A^3 D^2 t^2}{V^4}$		
3			$\frac{V^3 t^3}{D^2}$	$\frac{AV t^3}{D}$	$\frac{A^2 t^3}{V}$	$\frac{A^3 D t^3}{V^3}$			
4		$\frac{V^4 t^4}{D^3}$	$\frac{AV^2 t^4}{D^2}$	$\frac{A^2 t^4}{D}$	$\frac{A^3 t^4}{V^2}$	$\frac{A^4 D t^4}{V^4}$			

Εστιάζοντας στους δεδομένους παλμούς, μπορεί να αποδειχθεί με ολοκλήρωση των Εξ.(1.1) και (1.2) ότι οι έξι χαρακτηριστικές μετακινήσεις είναι ενδοσυνδεδεμένες μέσω των σχέσεων:

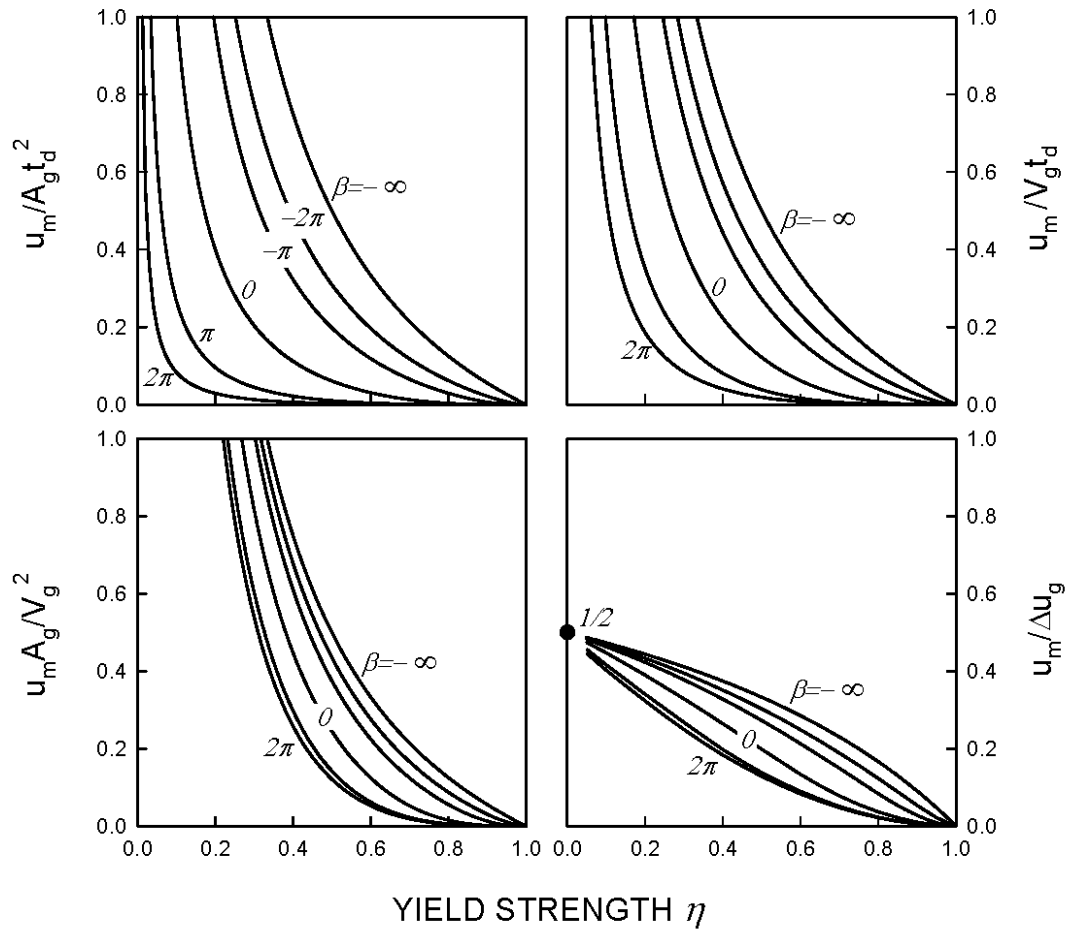
$$V_g t_d = n D_g \quad , \quad A_g t_d^2 = n \frac{A_g D_g t_d}{V_g} \quad , \quad \frac{V_g^2}{A_g} = n \frac{V_g D_g}{A_g t_d} \quad (1.29a-c)$$

όπου $n = 1$ για πλήρη κύκλο και $n = 2$ για συνθήκες μισού κύκλου. Προφανώς, τα έξι σχήματα κανονικοποίησης στην Εξ. (1.28) μπορούν να μειωθούν σε τρία μέσω της Εξ.(1.29). Αυτές οι ιδιότητες σημειώνονται στον Πιν.1.3.

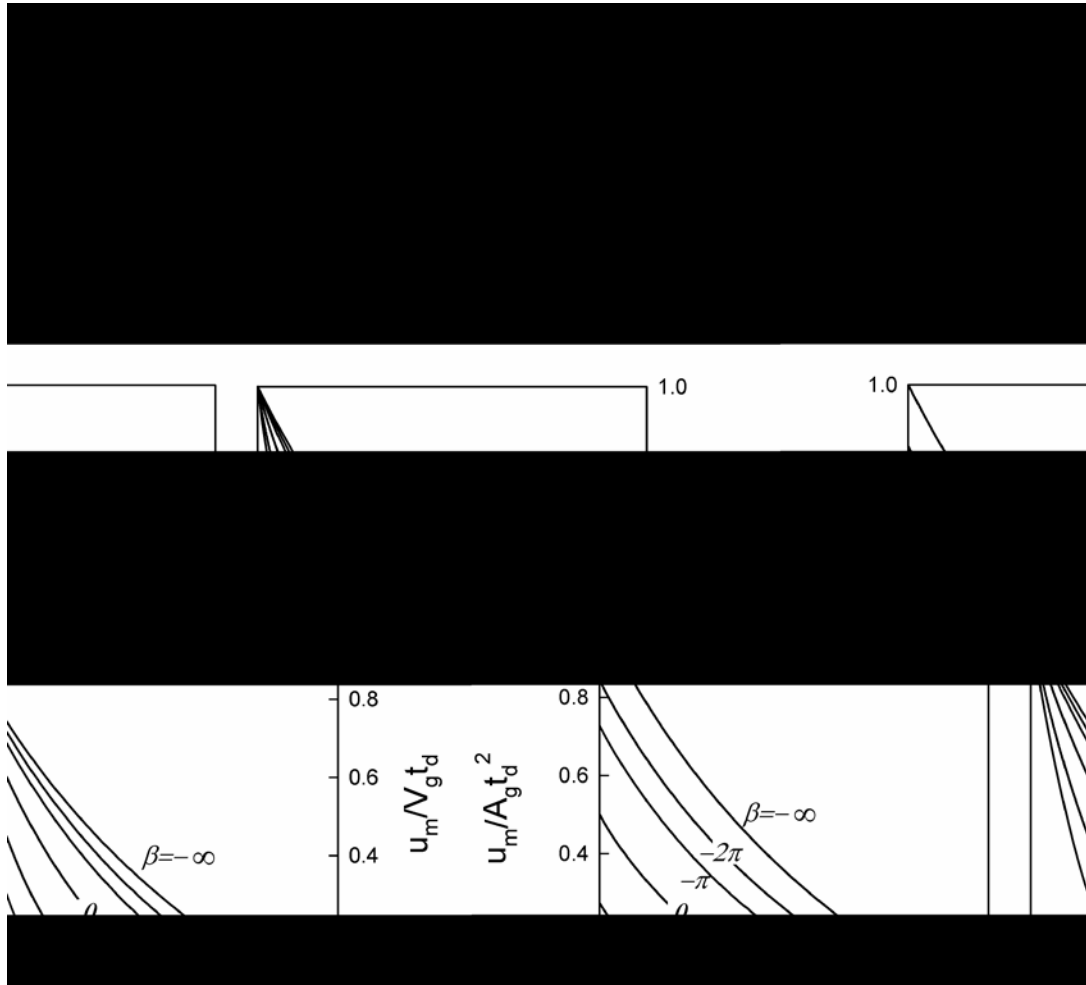
Table 1.3 Έξι βασικά σήματα κανονικοποίησης της μετακίνησης για γενικευμένο παλμό διάρκειας μισού και ενός κύκλου στις Εξ.(1.1) και (1.2).

D_c	Μισού κύκλου $C_{μκ}$	Πλήρους κύκλου
D_g	$\frac{A_g t_d^2}{2} \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]$	$A_g t_d^2 \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]$
$V_g t_d$	$A_g t_d^2 \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]$	$A_g t_d^2 \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]$
$A_g t_d^2$	$A_g t_d^2$	$A_g t_d^2$
$\frac{V_g^2}{A_g}$	$A_g t_d^2 \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]^2$	$A_g t_d^2 \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]^2$
$\frac{V_g D_g}{A_g t_d}$	$\frac{A_g t_d^2}{2} \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]^2$	$A_g t_d^2 \left[\frac{1 - e^\beta + \beta}{\beta(1 - e^\beta)} \right]^2$
$\frac{A_g D_g t_d}{V_g}$	$\frac{A_g t_d^2}{2}$	$A_g t_d^2$

Η απόκριση μετακίνησης κανονικοποιημένη σύμφωνα με τις παραπάνω παραμέτρους παρουσιάζεται στα Σχ.1.15 and 1.16, σε αντιπαραβολή με αυτήν που εξάγεται βασισμένη στην αυξανόμενη μετακίνηση Δu_{gm} . Το πλεονέκτημα της χρήσης της Δu_{gm} έναντι των άλλων σχημάτων είναι προφανές στα διαγράμματα, καθώς η συγκεκριμένη παράμετρος δίνει φραγμένες μετακινήσεις για διεγέρσεις μισού και πλήρους κύκλου (αμετακίνητες στις απλές τιμές $\frac{1}{2}$ και 1 στο όριο $\eta = 0$) και παρέχει τη μικρότερη διασπορά στα αποτελέσματα. Προφανώς, μια απλοϊκή διαστατική ανάλυση σαν αυτή που συζητήθηκε παραπάνω δεν φαίνεται ανώτερη από τις φυσικές επιλογές για την επιλογή σχημάτων κανονικοποίησης στο συγκεκριμένο πρόβλημα.



Σχήμα 1.15 Εναλλακτικές κανονικοποιήσεις της μετακίνησης ολίσθησης για διέγερση μισού κύκλου

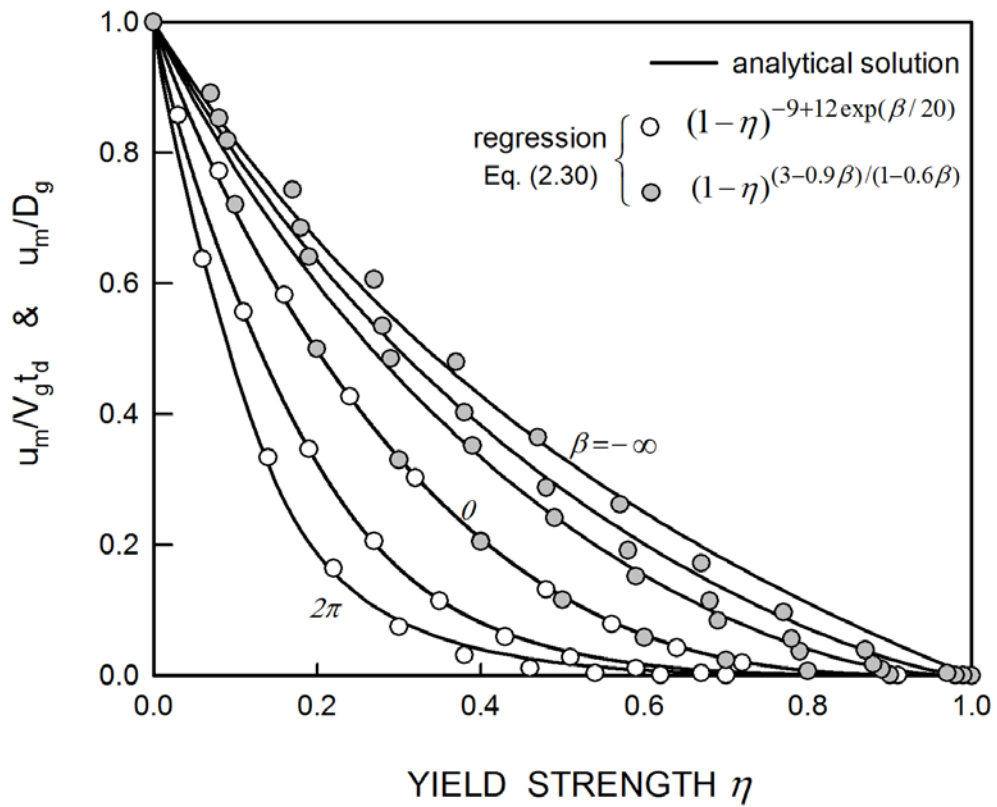


Σχήμα 1.16 Εναλλακτικές κανονικοποιήσεις της μετακίνησης ολίσθησης για διέγερση πλήρους κύκλου

Χρησιμοποιώντας μη γραμμική ανάλυση παλινδρόμησης, αναπτύχθηκε η ακόλουθη απλουστευμένη έκφραση για την προσέγγιση της μέγιστης απόκρισης ολίσθησης για παλμό πλήρους κύκλου

$$u_m / D_g = u_m / V_g t_d = (1 - \eta)^f \quad (1.30)$$

Όπου $f = -9 + 12e^{\beta/20}$, για $\beta > 0$ και $f = (3 - 0.9\beta)/(1 - 0.6\beta)$, για $\beta < 0$. Και οι δυο συναρτήσεις είναι σε εξαιρετική συμφωνία με την ακριβή λύση (Σχ. 1.17) εμφανίζοντας τιμές του R^2 0.99 ή μεγαλύτερες.



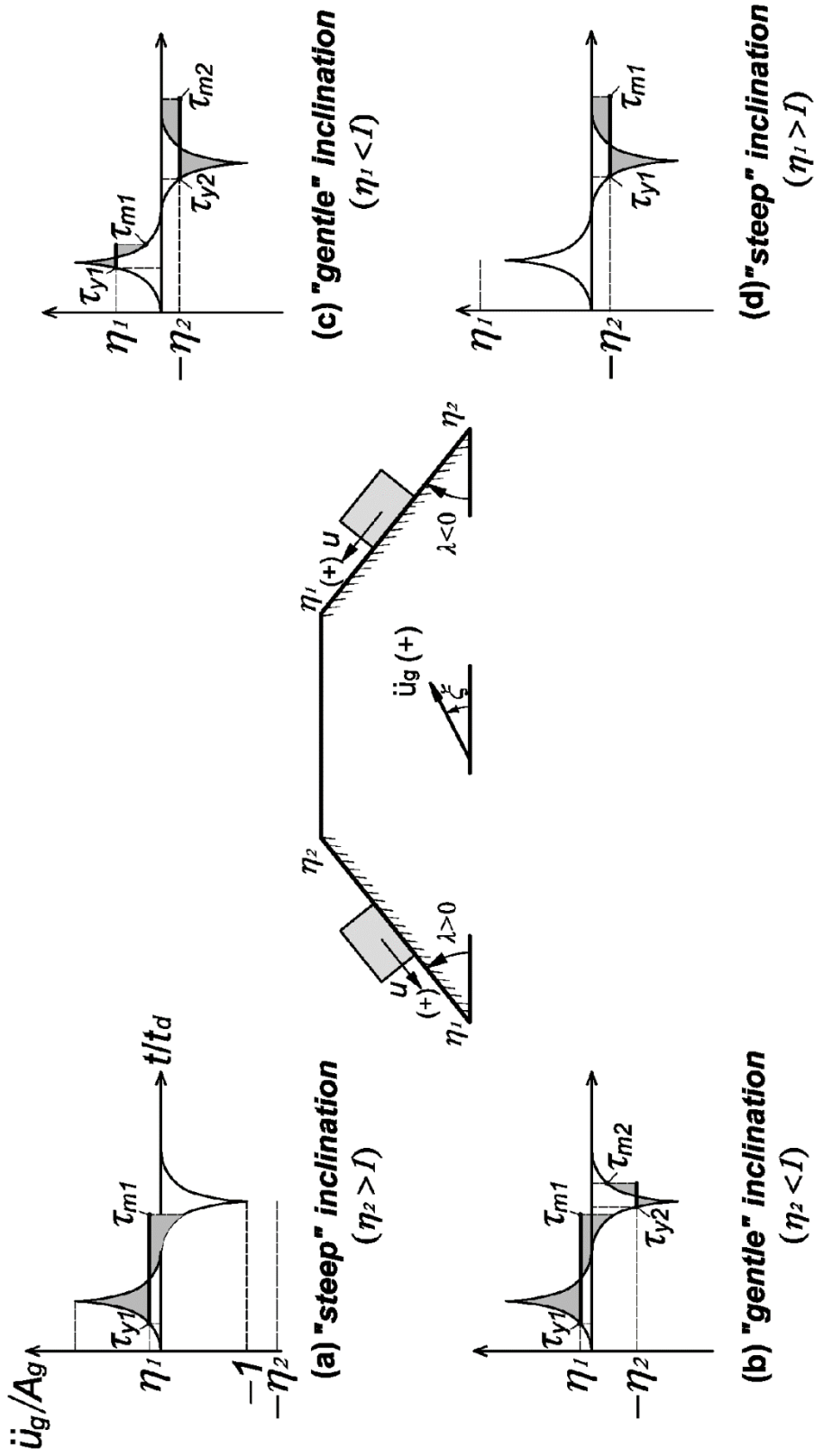
Σχήμα 1.17 Σύγκριση της μέγιστης μετακίνησης σύμφωνα με τον τύπο παλινδρόμησης της Εξ. (1.30) με την ακριβή λύση για παλμό πλήρους κύκλου.

1.6 ΑΣΥΜΜΕΤΡΙΑ ΤΡΙΒΗΣ

Η ασύμμετρη τριβή παρέχει έναν εύχρηστο τρόπο για την εξιδανίκευση της ολίσθησης σε κεκλιμένο επίπεδο κάτω από συνδυασμένη δράση βαρυτικής και αδρανειακής επιτάχυνσης, όπως φαίνεται στο Σχ.1.1 (κατώτερο γράφημα). Για κλίση επιπέδου λ , συντελεστή τριβής μ , και κλίση παλμού ξ ως προς το οριζόντιο επίπεδο (Σχ. 1.1), η αντίσταση τριβής στην ολίσθηση στην αριστερή και δεξιά κατεύθυνση, αντίστοιχα, είναι:

$$\eta_{1,2} = \eta \frac{\cos \lambda}{\cos(\lambda - \xi)} \left[\frac{1 \mp \mu^{-1} \tan \lambda}{1 \pm \mu \tan(\lambda - \xi)} \right] \quad (1.31)$$

η είναι η αντίσταση τριβής στο οριζόντιο επίπεδο. Στην εξίσωση αυτή, το επάνω πρόσημο αντιστοιχεί σε ολίσθηση προς τα κάτω και αντίστροφα. Η θετική κλίση του επιπέδου λ φαίνεται στο Σχ. 1.18. Στην ειδική περίπτωση παλμού που δρα παράλληλα στο κεκλιμένο επίπεδο ($\xi = \lambda$), η Εξ.(1.31) απλοποιείται σε $\eta_{1,2} = \eta (\cos \lambda \mp \mu^{-1} \sin \lambda)$ (Garini *et al.* 2011, Ray & Hutchinson 2006); Όταν η διέγερση δρα οριζόντια ($\xi = 0$), $\eta_{1,2} = \eta (1 \mp \mu^{-1} \tan \lambda) / (1 \pm \mu \tan \lambda)$. Τελικά, για $\xi = \lambda = 0$ και οι δυο εκφράσεις καταλήγουν $\eta_{1,2} = \eta$.



Σχήμα 1.18 Schematic representation of sliding to full cycle excitation under asymmetric friction.

Για το ζεύγος των ολισθαίνοντων blocks υποκειμένων σε διέγερση κάτω από ασύμμετρη τριβή, είναι δυνατές τέσσερις διακεκριμένες περιπτώσεις, όπως φαίνεται στο Σχ.1.18:

(Α) όταν η αντίσταση τριβής σε μια κατεύθυνση ξεπερνά την μέγιστη εδαφική επιτάχυνση (δηλ. όταν ένα από τα η_1 και η_2 είναι μεγαλύτερο από 1, η ολίσθηση μπορεί να είναι μόνον μονόπλευρη. Αυτό αντιστοιχεί στην περίπτωση απότομων κλίσεων στα Σχ. 1.18a και 1.18d

(Β) όταν η αντίσταση τριβής και στις δυο κατευθύνσεις είναι μικρότερη από 1, η ολίσθηση θα είναι αμφίπλευρη. Αυτό αντιστοιχεί στην περίπτωση μικρών κλίσεων των Σχ.1.18b και 1.18c.

Για τις δυο τελευταίες περιπτώσεις, οι συνθήκες ολίσθησης μπορεί να είναι είτε κόλλησης είτε αποκόλλησης ανάλογα με το σχήμα του παλμού και την αντοχή τριβής. Το τροποποιημένο κριτήριο κόλλησης – αποκόλλησης είναι:

$$\text{stick } (\tau_{y2} = 1 + \tau_y(\eta_2)), \text{ when } 1 - \tau_{y1} \leq \tau_{m1} \leq \tau_{y2} \quad (1.32a)$$

$$\text{slip } (\tau_{y2} = \tau_{m1}), \text{ when } \tau_{y2} < \tau_{m1} < 1 - \tau_{y2} \quad (1.32b)$$

Υπό το πρίσμα των ανωτέρω, η ανάλυση που περιγράφηκε νωρίτερα μπορεί να προσαρμοστεί για συνθήκες ασύμμετρης τριβής. Η τροποποιημένη διαδικασία για τη μέγιστη και την παραμένουσα μετακίνηση συνοψίζεται στον Πιν. 1.4.

Table 1.4 Determination of sliding response to full-cycle excitation under asymmetric friction.

sliding branch	behavior	η	τ_y	τ_m	u_m
1st (forward)		η_1	τ_{y1} from Eq. (2.12)	τ_{m1} from Eq. (2.19)	u_{m1} from Eq. (2.18)
	Stick	η_2	$\tau_{y2} = 1 + \frac{1}{2\beta} \ln 1 - \eta_2(1 - e^{\beta}) $	$\bar{\tau}_{m2}$ from Eqs (2.7-2.8) setting $\tau_y = \bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1$	u_{m2} from Eq. (2.9) using $\bar{\tau}_{y2}, \bar{\tau}_{m2}$
2nd (reverse)	Slip $\bar{\tau}_{y2} \leq 1/2$	η_2	$\tau_{y2} = \tau_{m1}$	$\bar{\tau}_{m2}$ from Eqs (2.7-2.8) setting $\tau_y = \bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1$	u_{m2} from Eq. (2.9) using $\bar{\tau}_{y2}, \bar{\tau}_{m2}$
	slip $\bar{\tau}_{y2} > 1/2$	η_2	$\tau_{y2} = \tau_{m1}$	$\bar{\tau}_{m2}$ from Eq. (2.23) setting $\tau_y = \bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1$	u_{m2} from Eq. (2.24) using $\bar{\tau}_{y2}, \bar{\tau}_{m2}$
in all cases: peak displacement $u_m = u_{m1}$; residual displacement $u_{res} = u_{m1} - u_{m2}$					

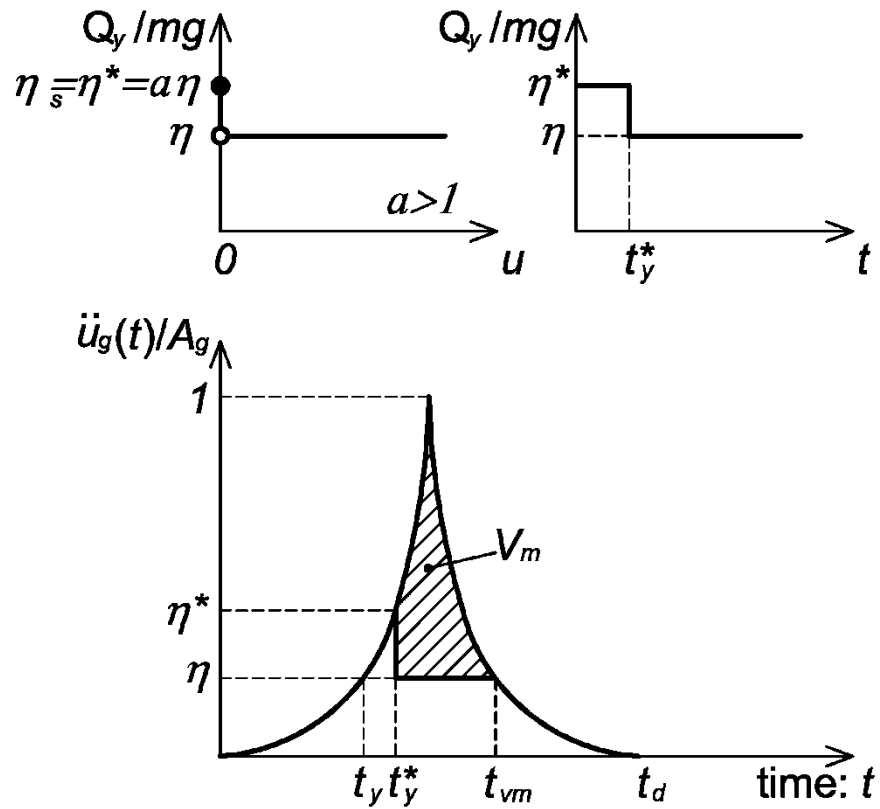
* $\bar{\tau} = \tau - 1$ for all subscripts.

Αναφορικά με την επιρροή του αριθμού των κύκλων, πρέπει να σημειωθεί ότι ενώ η ολίσθηση στη διέγερση μισού κύκλου μπορεί να είναι μόνον μονόπλευρη, η απόκριση σε διέγερση πλήρους κύκλου μπορεί να είναι είτε μονόπλευρη είτε αμφίπλευρη ανάλογα με τη φύση της αντίστασης τριβής (συμμετρική ή ασυμμετρική Σχ.1.18). Στην περίπτωση της ασυμμετρικής τριβής, αν η ολίσθηση δεν ενεργοποιείται κατά τη διάρκεια του πρώτου ανιόντος κλάδου του παλμού, η λύση του μισού κύκλου εφαρμόζεται και για τον πλήρη κύκλο. Το γεγονός αυτό υποδεικνύει ότι οι παλμοί μισού κύκλου πρέπει να αντιμετωπίζονται όχι μόνον σαν φανταστικές διεγέρσεις για λόγους απλοποιητικούς. Αναλόγως, η πεπερασμένη εδαφική ταχύτητα στο τέλος της διέγερσης μισού κύκλου δεν πρέπει να αντιμετωπίζεται σαν φυσικό όριο της χρήσης του παλμού σε εφαρμογές μηχανικού.

1.7 ΣΤΑΤΙΚΗ ΕΝΑΝΤΙ ΔΥΝΑΜΙΚΗΣ ΤΡΙΒΗΣ

Η συμπεριφορά των μοντέλων τριβής εξετάστηκε αναλυτικά κατά τον περασμένο αιώνα (Olsson *et al.* 1998). Από μηχανικούς και φυσικούς προτάθηκε ένας αριθμός μοντέλων που περιγράφουν τη μεταβολή της τριβής με το χρόνο, τη μετακίνηση (Rabinowicz 1951, Dahl 1968) ή την ταχύτητα (Stribeck 1902, Hess & Soom 1990), εξετάζοντας τους φυσικούς μηχανισμούς που διέπουν αυτό το έντονα μη γραμμικό φαινόμενο. Η χρήση αυτών των μοντέλων είναι εκτός των σκοπών αυτού του κεφαλαίου.

Στα προηγούμενα, ο συντελεστής τριβής υποτέθηκε ότι ήταν τύπου Coulomb, δηλαδή σταθερή ξηρή τριβή. Μια πιο ρεαλιστική υπόθεση θα ήταν να διακριθεί η στατική από την κινητική (δυναμική) τριβή (Bowden & Tabor, 1954) η οποία συμβαίνει όταν δυο αντικείμενα κινούνται σχετικά το ένα ως προς το άλλο και τρίβονται μαζί. Η στατική τριβή, δηλαδή τριβή μεταξύ δυο στερεών αντικειμένων που δεν κινούνται το ένα ως προς το άλλο, εμποδίζει το μπλοκ να ολισθήσει και ελέγχει την έναρξη της αποκόλλησης. Μετά τη διαρροή το μπλοκ ολισθαίνει σχετικά με τη βάση κάτω από κινητική τριβή. Ο συντελεστής στατικής (η^*) είναι τυπικά μεγαλύτερος - έστω και λίγο - από το συντελεστή κινητικής τριβής (η). Ένας απλός τρόπος για την ενσωμάτωση αυτής της διακύμανσης είναι η παρούσα ανάλυση που φαίνεται στο Σχ.1.19. Η επιρροή της στατικής τριβής $\eta^* > \eta$ στην απόκριση προκύπτει από το γεγονός ότι η απομάκρυνση της τριγωνικής περιοχής κάτω από το διάγραμμα επιτάχυνσης, οδηγεί σε πτώση της μέγιστης ταχύτητας του μπλοκ.



Σχήμα 1.19 Μεταβολή του κανονικοποιημένου συντελεστή τριβής συναρτήσει (a) μετακίνησης, (b) χρόνου και (c) χρόνου διαρροής και μέγιστης ταχύτητας ολίσθησης ολισθαίνοντος μπλοκ κάτω από εκθετικό παλμό.

Σύμφωνα με τα παραπάνω, ο κανονικοποιημένος συντελεστής τριβής μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\eta(t) = \begin{cases} a \cdot \eta & , t \leq t_y \\ \eta & , t_y \leq t \leq t_m \end{cases} \quad (1.33)$$

Όπου a είναι διαστατικός συντελεστής με τιμές μεγαλύτερες από 1.

Ο τροποποιημένος χρόνος διαρροής τότε γίνεται:

$$\tau_y^* = \frac{1}{2\beta} \ln[1 - a \cdot \eta(1 - e^\beta)] \quad (1.34)$$

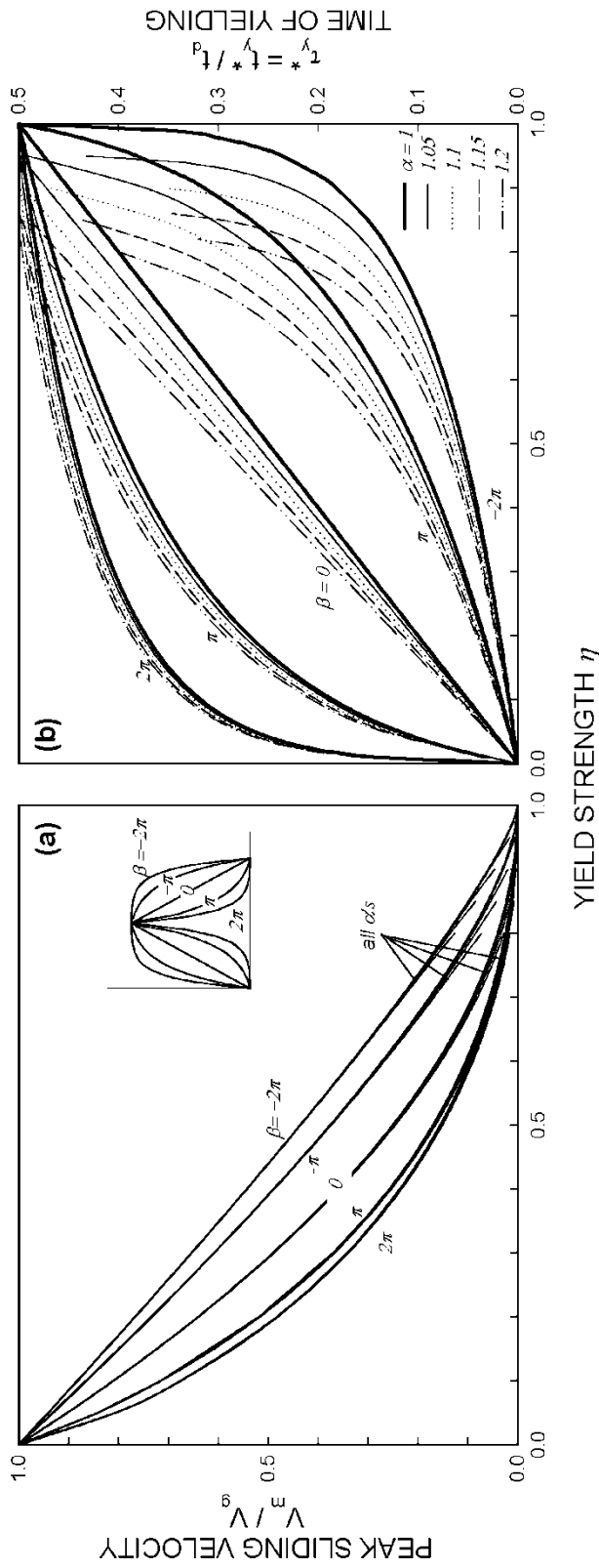
Ο οποίος διαφέρει από αυτόν στην Εξ. (1.12) στην παρουσία του a που πολλαπλασιάζει το η .

Αναλόγως η μέγιστη ταχύτητα απόκρισης είναι τώρα:

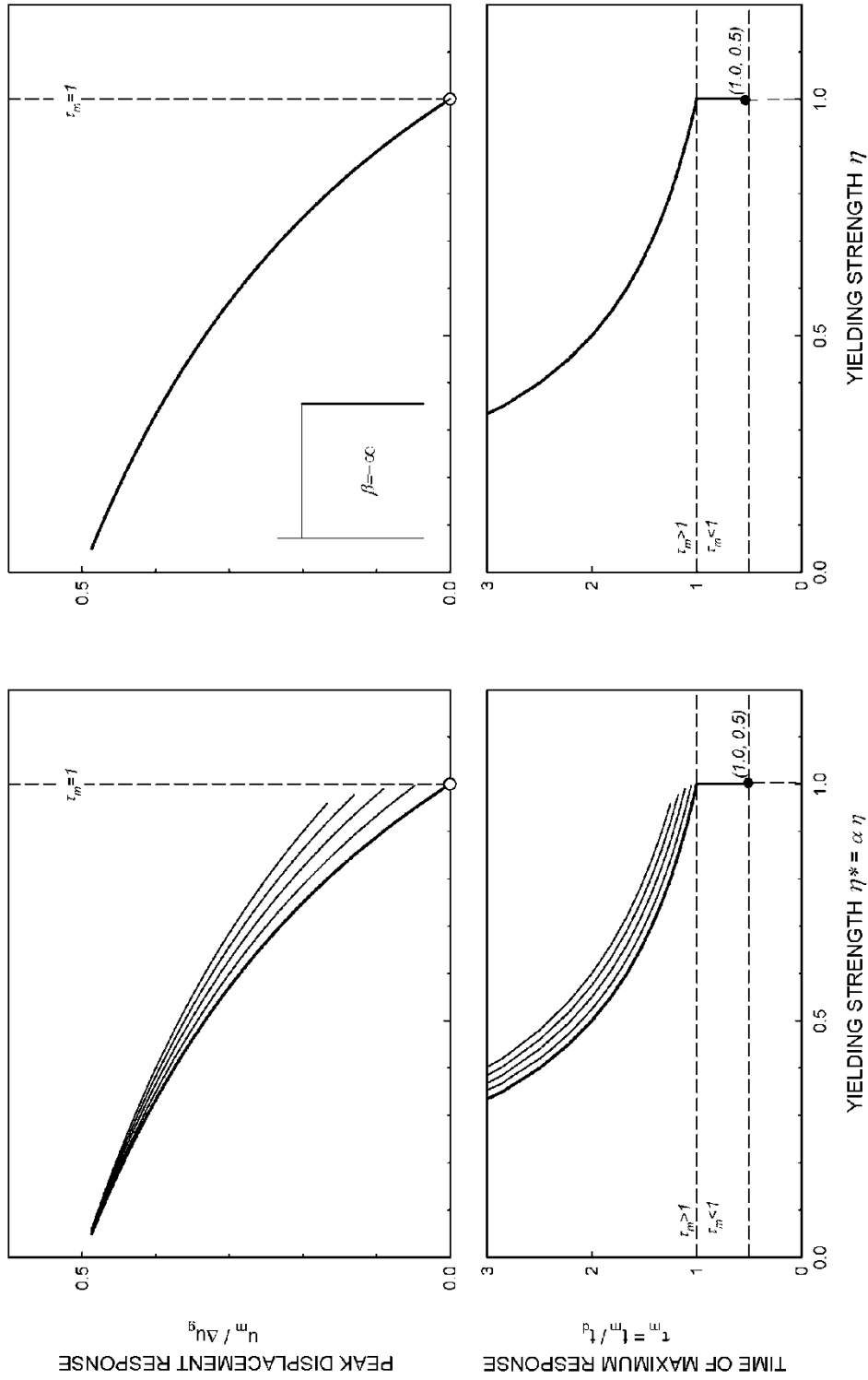
$$\frac{V_m}{V_g} = \frac{1}{e^\beta - \beta - 1} \left[\frac{-e^{2\beta\tau_y^*} - e^{2\beta\tau_y}}{2} + \beta(\eta - 1)(1 - \tau_y^* - \tau_y) + e^\beta(1 - \beta\eta + \beta\eta\tau_y^* + \beta\eta\tau_y) \right] \quad (1.35)$$

Οι Εξ. (1.34) και (1.35) παρουσιάζονται γραφικά στο Σχ. 1.20.

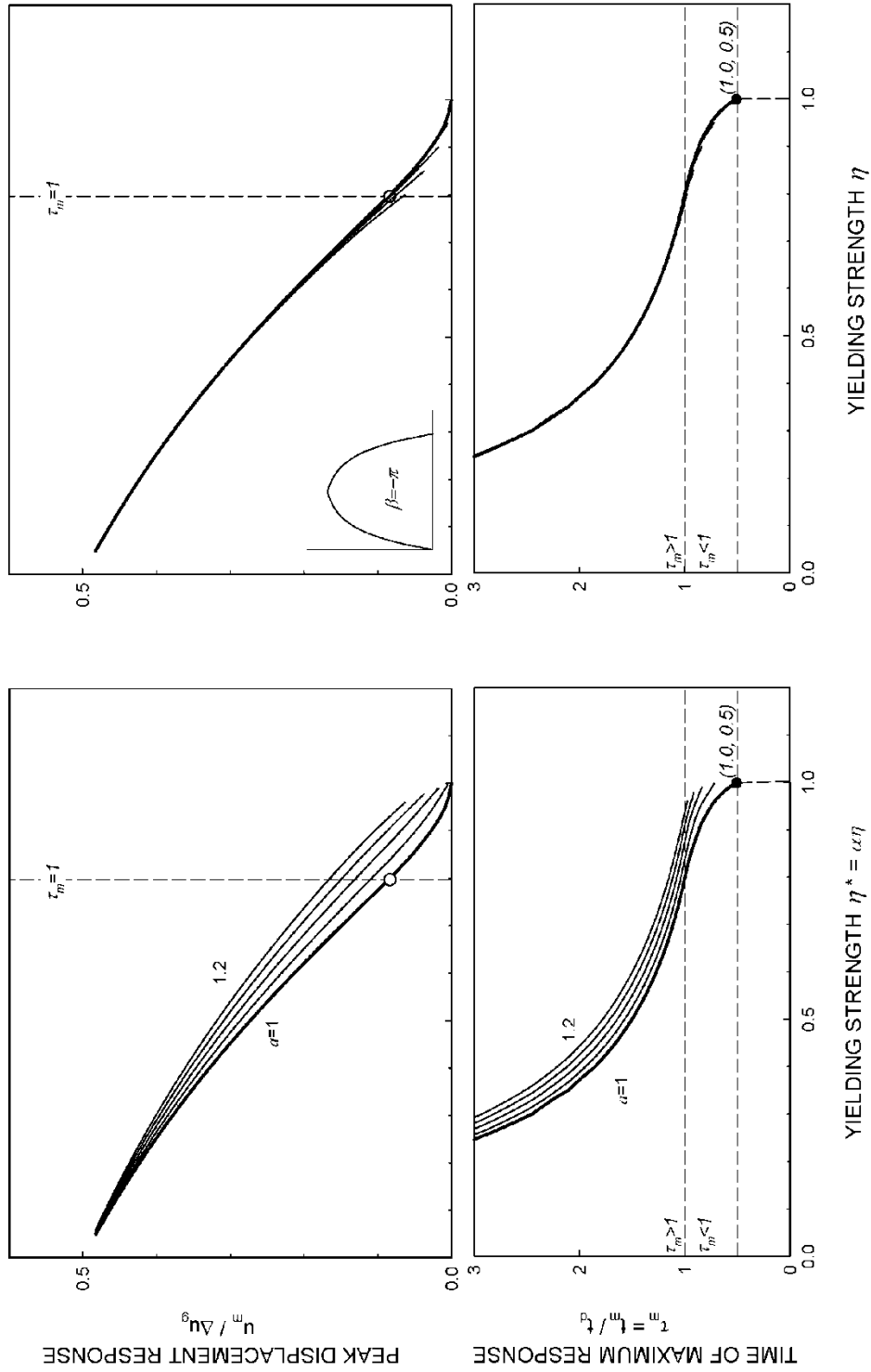
Απλώς αντικαθιστώντας το τ_y^* στις εξισώσεις για σταθερή τριβή μπορούμε να προσδιορίσουμε το χρόνο της μέγιστης ολίσθησης, ή το πρώτο σταμάτημα, και την αντίστοιχη μετακίνηση του μπλοκ. Για την περίπτωση ενός γενικευμένου εκθετικού παλμού μισού κύκλου και τιμές του συντελεστή σχήματος $\beta = -\infty, -\pi, 0, \pi$, η μεταβολή της μέγιστης απόκρισης με την αντοχή διαρροής απεικονίζεται στα Σχ.1.21a-d. Ισοδύναμες απεικονίσεις για τον πλήρη κύκλο φαίνονται στα Σχ.1.22a-c. Είναι προφανές ότι η επιρροή της κινητικής τριβής δεν είναι πολύ μεγάλη στη συμπεριφορά ολίσθησης και μπορεί να αγνοηθεί στις αναλύσεις εφαρμογών μηχανικού του τύπου αυτού.



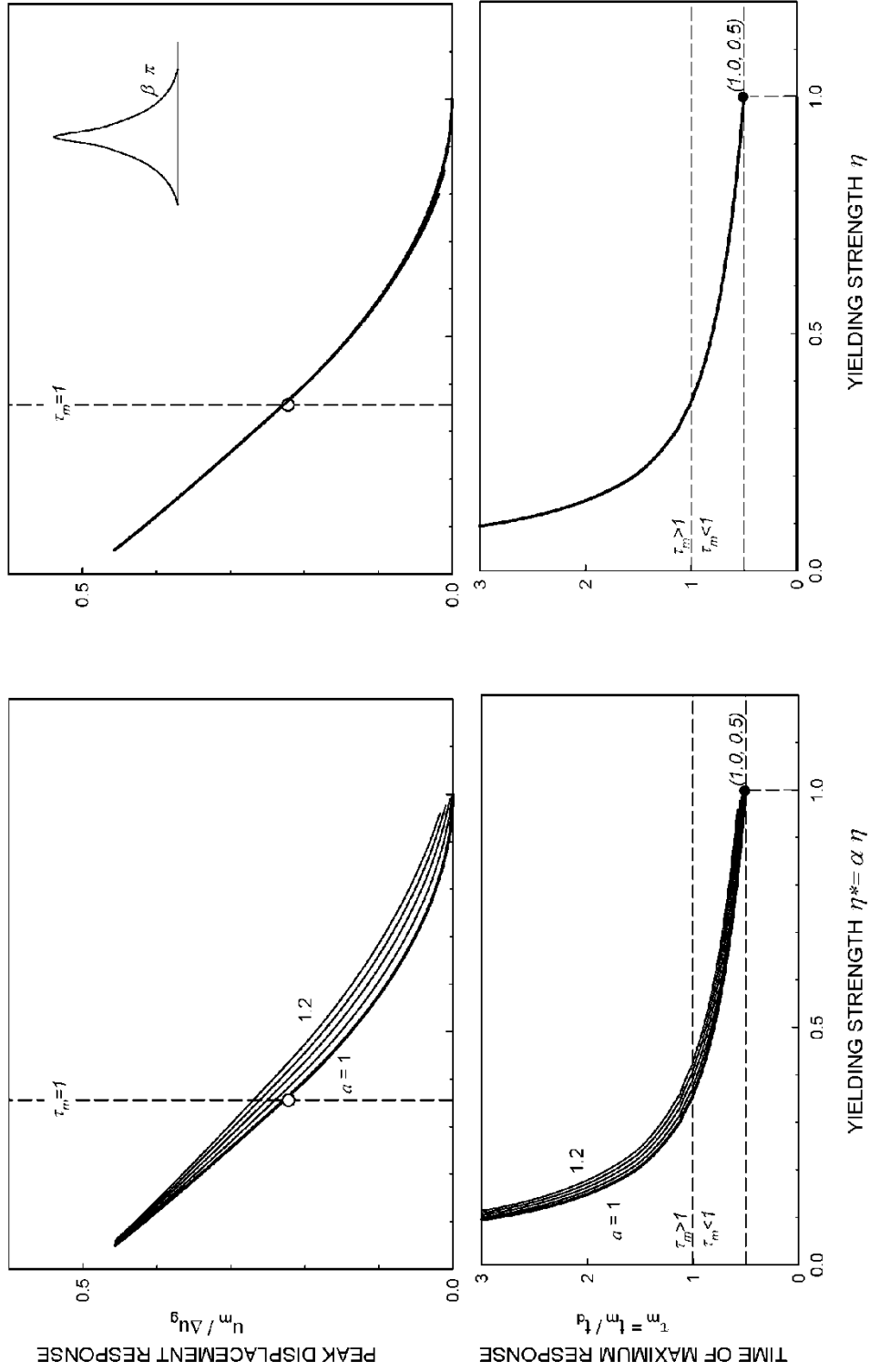
Σχήμα 1.20. Normalized peak sliding velocity and time of yield with time of yield for a rigid block on a frictional plane under a generalized exponential pulse for varying friction conditions ($\eta^*=a\eta$, $a=1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$).



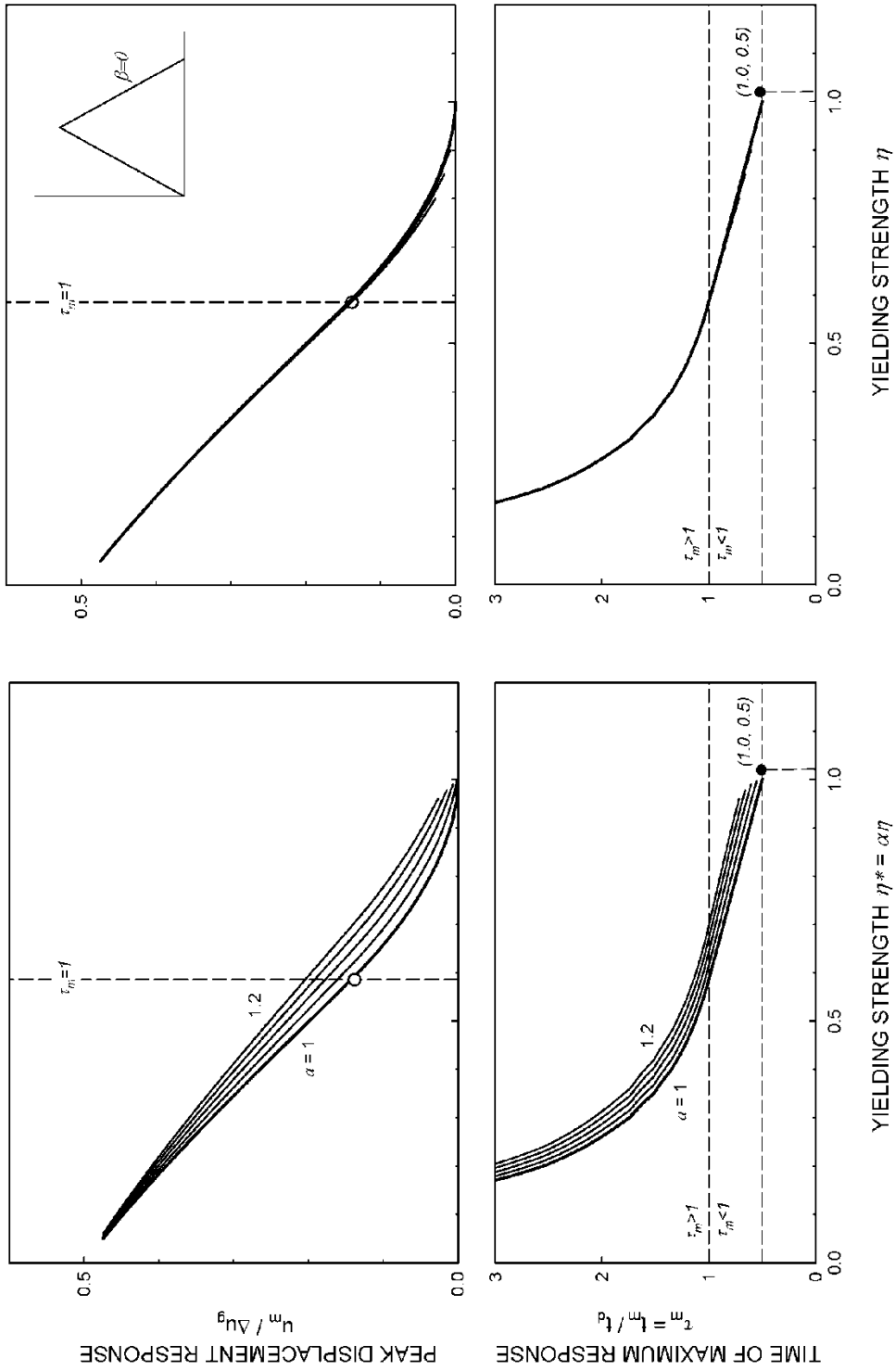
Σχήμα 1.21a Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a rectangular acceleration pulse ($\beta = -\infty$) under varying friction conditions ($\eta^* = \alpha \eta$, $a=1$, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2)



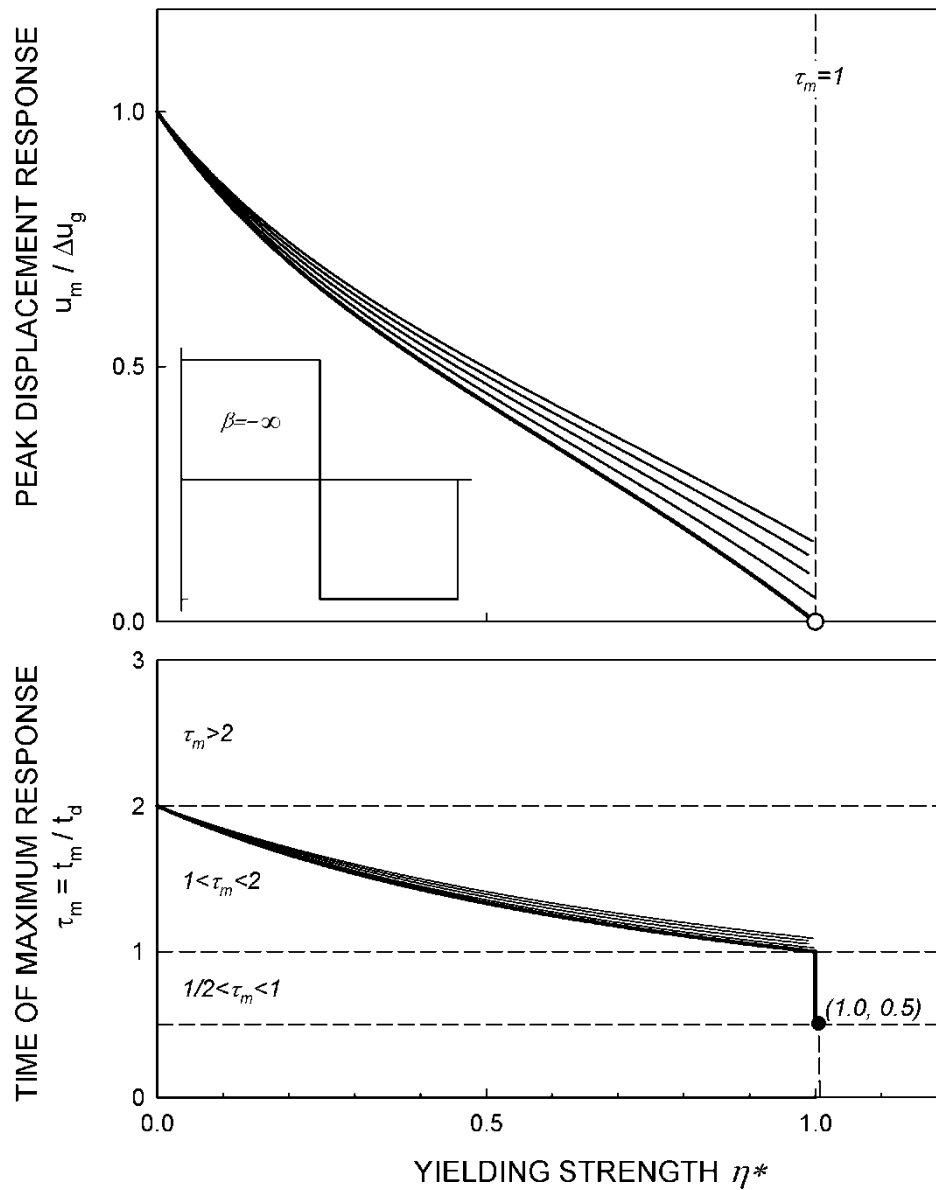
Σχήμα 1.21b. Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a half-cycle generalized exponential acceleration pulse ($\beta = -\pi$) under varying friction conditions ($\eta^* = \alpha\eta$, $\alpha=1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$)



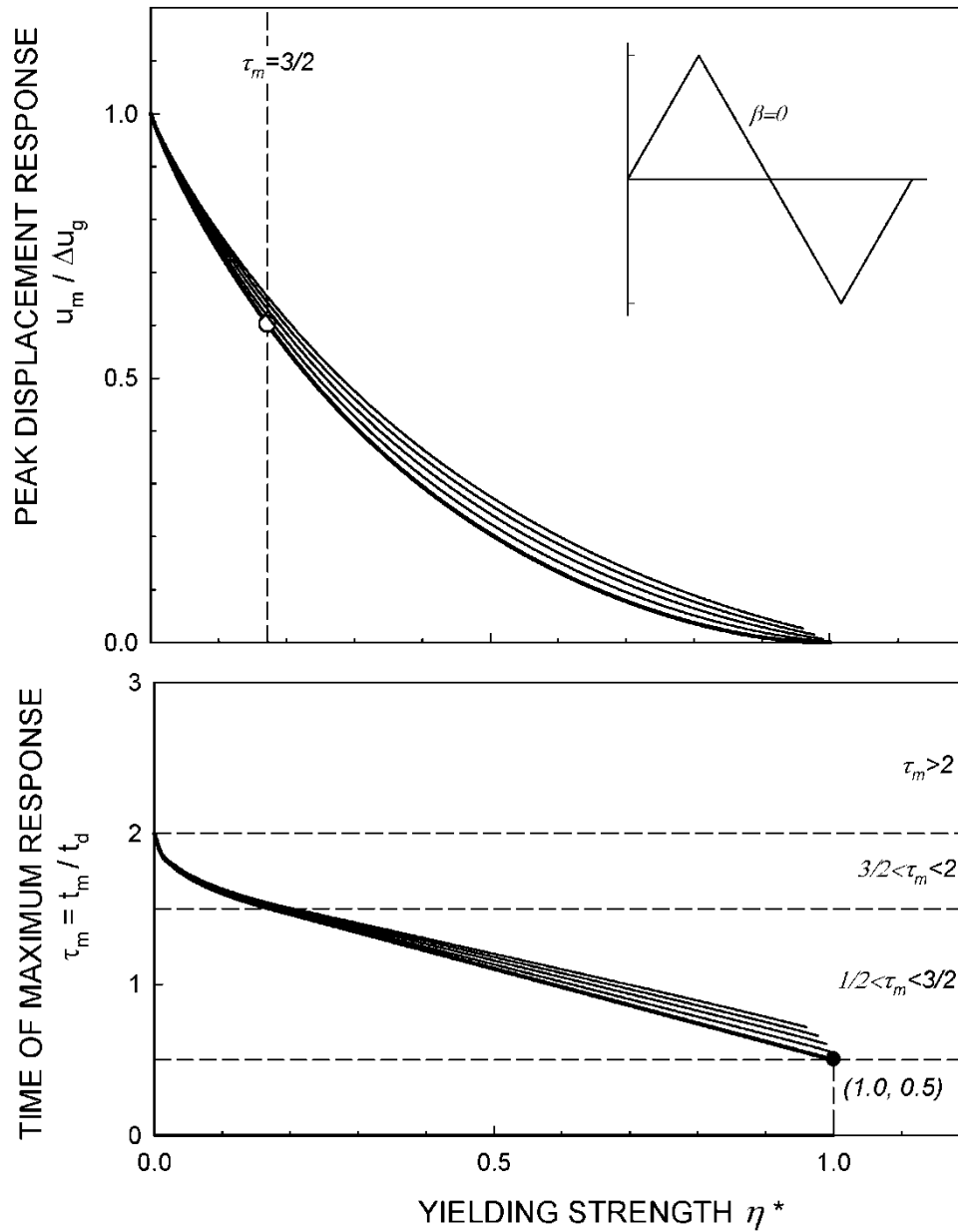
Σχήμα 1.21c. Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a half-cycle exponential acceleration pulse ($\beta = \pi$) under varying friction conditions ($\eta^* = a\eta$, $a=1$, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2)



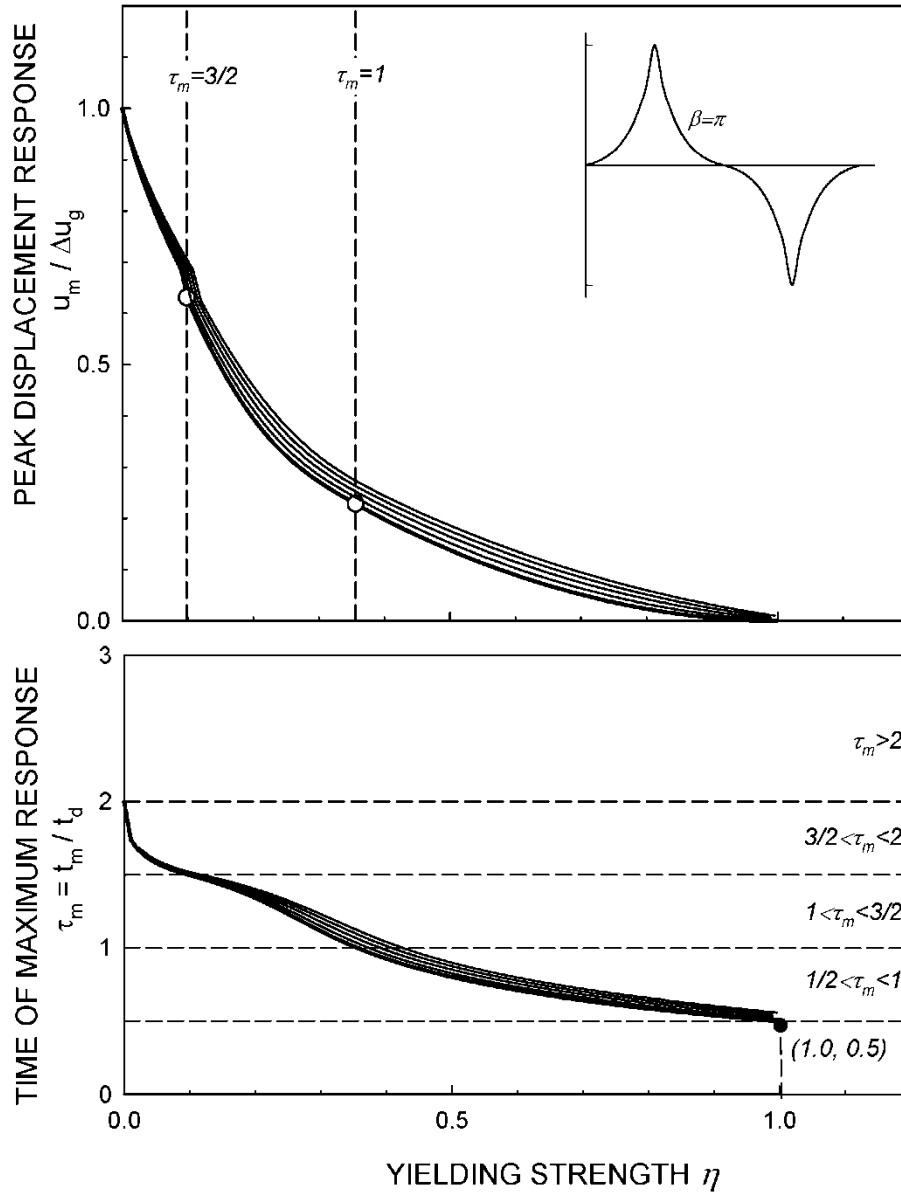
Σχήμα 1.21d. Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a half - cycle triangular acceleration pulse ($\beta = 0$) under varying friction conditions ($\eta^* = a\eta$, $a=1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$)



Σχήμα 1.22a Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a full-cycle rectangular acceleration pulse ($\beta = -\infty$) under varying friction conditions ($\eta^* = a\eta$, $a = 1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$)



Σχήμα 1.22b Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a full-cycle triangular acceleration pulse ($\beta = 0$) under varying friction conditions ($\eta^* = a\eta$, $a = 1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$)

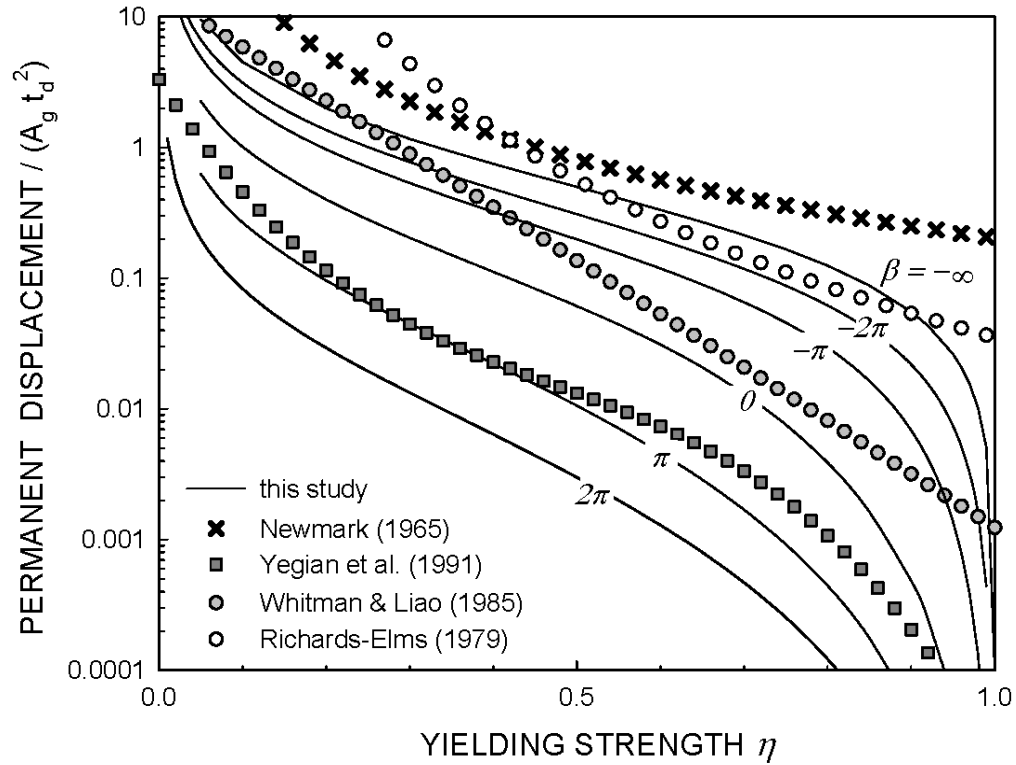


Σχήμα 1.22c Normalized displacement response with yield strength for a rigid block subject to a full-cycle exponential acceleration pulse ($\beta = \pi$) under varying friction conditions ($\eta^* = a\eta$, $a=1, 1.05, 1.1, 1.15, 1.2$)

1.8 ΣΥΓΚΡΙΣΗ ΜΕ ΛΥΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Στο Σχ. 1.23 παρέχεται μια σύγκριση μόνιμων μετακινήσεων που έχουν προκύψει από παλμούς μισού κύκλου διαφόρων σχημάτων με καθιερωμένες λύσεις των Newmark (1965), Richards & Elms (1979), Whitman & Liao (1985) και Yegian *et al.* (1991).

Εκτός από τη λύση του Newmark, όλα τα άλλα σχήματα διεξάγονται με βάση συμβατικές (μη- **impulsive**) κινήσεις που περιέχουν πολλαπλούς ανώμαλους κύκλους. Οι λύσεις των Newmark και Richards-Elms αναφέρονται στις μέγιστες αναμενόμενες τιμές, ενώ αυτές των Whitman & Liao και Yegian *et al.* σε μέσες ή μεσαίου μεγέθους τιμές. Η προτεινόμενη λύση παρέχει αποτελέσματα συγκρίσιμα με τις μεσαίες προβλέψεις, που είναι συμπεριφορά αξιοσημείωτη με δεδομένη τη φύση της διέγερσης μισού κύκλου. Είναι ιδιαίτερου ενδιαφέροντος : (1) η περίπτωση $\beta = \pi$ η οποία είναι σε πολύ καλή συμφωνία με τη λύση του Yegian *et al.*; (2) η περίπτωση $\beta \rightarrow -\infty$ η οποία είναι σε εξαιρετική συμφωνία με τη λύση των Whitman & Liao για χαμηλής αντοχής συστήματα ($\eta < 0.3$) και η λύση των Richards-Elms για μια ομάδα υψηλής αντοχής συστήματα ($0.5 < \eta < 0.9$).



Σχήμα 1.23 Comparison of permanent displacement due to a half-cycle pulse obtained by the present methodology, with established solutions from the literature.

1.9 ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΕΦΑΡΜΟΓΗΣ

Αναφορικά με την καταγραφή του Rascoima Dam (1971), μπορεί να αναγνωριστεί ένας ημιτονοειδής παλμός πλήρους κύκλου στο πρώτο τμήμα της χρονοϊστορίας που έχει εύρος $A_g = 0.66g$ και διάρκεια πλήρους κύκλου $2 \times t_d = 1.2s$. Μία εφαρμογή της προταθείσας θεωρίας αναλύεται παρακάτω με την περίπτωση ενός άκαμπτου block σε ένα επίπεδο τριβής με $\mu = 0.33$, για τις ακόλουθες δυο περιπτώσεις: (1) αμφίπλευρη ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο (2) μονόπλευρη ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο.

1.9.1 Αμφίπλευρη ολίσθηση σε οριζόντιο επίπεδο

Για τους σκοπούς αυτής της εφαρμογής ο παλμός εξιδανικεύεται χρησιμοποιώντας την Εξ. (1.1a) με $\beta = -\pi$. Η αντοχή διαρροής είναι (Εξ. 1.11): $\eta = 0.33/0.66 = 0.5$. Αναλόγως, ο τ_y υπολογίζεται από την Εξ.(1.12) ως:

$$\tau_y = \ln[1 - 0.5(1 - e^{-\pi})]/(-2\pi) = 0.104 \quad \text{or} \quad t_y = 0.6 \times 0.104 = 0.062s \quad (1.36)$$

Ο χρόνος της μέγιστης απόκρισης υπολογίζεται από την Εξ. (1.19) καθώς $\tau_{m1} = 1.25$ ή $t_{m1} = 0.75s$. Η μέγιστη μετακίνηση ολίσθησης επιτυγχάνεται από την Εξ.(1.18): $u_{m1} / A_g t_d^2 = 0.17$ ή $u_{m1} = 0.17 \times 0.66g \times 0.6^2 = 0.40m$.

Αναφορικά με την αντίστροφη ολίσθηση η Εξ.(1.21b) δίνει $1 + \tau_{y1} < \tau_{m1} < 2 - \tau_{y1}$ ή $1.104 < 1.25 < 1.896$, το οποίο αντιστοιχεί σε συνθήκες «αποκόλλησης». Αναλόγως, ο χρόνος της δεύτερης αποκόλλησης είναι (Εξ. 1.21b): $\tau_{y2} = \tau_{m1} = 1.25$ και $\bar{\tau}_{y2} = \tau_{y2} - 1 = 1/4$. Ο χρόνος της τελικής παύσης επιτυγχάνεται από την Εξ. (1.7):

$$\bar{\tau}_{m2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{(1 - e^{-\pi})} \left[1 - \frac{1}{2\pi} (1 + e^{-\pi/2}) + \frac{e^{-\pi}}{\pi} - \frac{1}{4} \right] = 1.44 \quad \text{or} \quad \bar{t}_{m2} = 0.6 \times 1.44 = 0.86s \quad (1.37)$$

Η μέγιστη αντίστροφη μετακίνηση υπολογίζεται κατόπιν από την Εξ.(1.9) ως η θετική ποσότητα: $u_{m2} / A_g t_d^2 = 0.163$ ή $u_{m2} = 0.163 \times 0.66g \times 0.6^2 = 0.38m$. Συνδυάζοντας τις πιο πάνω μετακινήσεις καταλήγει η παραμένουσα τιμή $u_{res} = u_{m1} - u_{m2} = 0.40 - 0.38 = 0.02m$ (περίπου 5% της μέγιστης μετακίνησης, σε συμφωνία με το Σχ. Fig. 1.13).

1.9.2 Αμφίπλευρη ολίσθηση σε κεκλιμένο επίπεδο

Θεωρώντας ένα κεκλιμένο επίπεδο με $\lambda = 30^\circ = \pi/6$ και οριζόντια σεισμική δράση ($\zeta=0$), η Εξ.(1.31) παρέχει το ζεύγος των αντιστάσεων τριβής

$$\eta_{1,2} = 0.33/0.66 (1 \mp 0.33^{-1} \tan \pi/6) / (1 \pm 0.33 \tan \pi/6) \quad \text{ή} \quad \eta_1 = 0.315, \quad \eta_2 = 1.70 \quad (1.38)$$

Που αντιστοιχεί σε πρόσθια και οπίσθια ολίσθηση αντίστοιχα.

Θεωρώντας τον πρώτο μισό κύκλο του παλμού που ωθεί το block προς τα κάτω, ο χρόνος της πρώτης ολίσθησης δίνεται από την Εξ. (1.12) ως:
 $\tau_{y1} = \ln[1 - 0.315(1 - e^{-\pi})]/(-2\pi) = 0.034$ ή $t_{y1} = 0.6 \times 0.034 = 0.02s$. Ο χρόνος της μέγιστης ολίσθησης επιτυγχάνεται με το ίδιο πνεύμα όπως προηγουμένως (Εξ. 1.19): $\tau_{m1} = 1.42$ ή $t_{m1} = 0.85s$.

Αναλόγως, η μέγιστη μετακίνηση είναι (Εξ. 1.18):

$$u_{m1} / A_g t_d^2 = 0.316 \text{ ή } u_{m1} = 0.316 \times 0.66g \times 0.6^2 = 0.74m \quad (1.39)$$

Καθώς $\eta_2 > 1$ η ολίσθηση στην προς τα επάνω κατεύθυνση δεν είναι δυνατή και εξ αυτού η παραπάνω ποσότητα εκφράζει επίσης την παραμένουσα μετακίνηση του block.

1.10 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Εξήχθησαν αναλυτικές λύσεις για την ολίσθηση υπό τριβή άκαμπτων block σε επίπεδο τριβής υποκειμένων σε μια οικογένεια ιδανικών παλμών επιτάχυνσης διάρκειας μισού και πλήρους κύκλου, δρώντων σε μια αυθαίρετη κλίση ως προς την διεπιφάνεια τριβής. Τα κύρια συμπεράσματα είναι:

(1) Η ταχύτητα του παλμού και η μέγιστη μετακίνηση ολίσθησης φαίνεται να είναι άρρηκτα συνδεδεμένες (Εξ. 1.6). Αυτό είναι κατανοητό από το γεγονός ότι όσο μεγαλύτερη είναι η περιοχή του παλμού μετά την έναρξη της ολίσθησης, τόσο περισσότερο το block παραμένει σε κίνηση και υψηλότερη η επακόλουθη μετακίνηση ολίσθησης.

(2) Καθώς η έναρξη της ολίσθησης απαιτεί υπέρβαση μιας συγκεκριμένης τιμής της εδαφικής επιτάχυνσης ανεξαρτήτως άλλων παραμέτρων, η εδαφική ταχύτητα δεν πρέπει να θεωρείται ως η μοναδική παράμετρος για την περιγραφή της έντασης του παλμού. Ενίσχυση αυτού του συμπεράσματος προκύπτει από την Εξ. (1.5), η οποία αποδεικνύει ότι η μετακίνηση ολίσθησης εξαρτάται από την χρονοϊστορία της εδαφικής μετακίνησης και όχι της εδαφικής ταχύτητας. Αναλόγως, η εδαφική μετακίνηση, μπορεί να είναι πιο σημαντική στην επιρροή της μέγιστης δυναμικής απόκρισης από όσο μέχρι τώρα θεωρείτο.

(3) Οι χρόνοι της πρώτης ολίσθησης και της μέγιστης απόκρισης είναι, φυσικά, αύξουσες και φθίνουσες συναρτήσεις της αντοχής διαρροής, αντίστοιχα. Η μέγιστη απόκριση ολίσθησης είναι φθίνουσα συνάρτηση της αντοχής διαρροής.

(4) Για διέγερση μισού κύκλου, μόνο μέχρι το 1/2 της αυξανόμενης εδαφικής μετακίνησης μπορεί να μεταφερθεί, σαν μετακίνηση ολίσθησης, στο block. Η συμπεριφορά αυτή είναι παράδοξη, αν και μαθηματικά αυστηρή, καθώς η κοινή λογική υποδεικνύει ότι η σχετική με το έδαφος μετακίνηση πρέπει να ισούται με την εδαφική μετακίνηση υπό συνθήκες μηδενικής τριβής. Παρά όλα αυτά, η ανωτέρω τιμή δεν μπορεί να αναπαραχθεί πειραματικά, καθώς ο χρόνος της μέγιστης ολίσθησης, τ_m είναι άπειρος και, εξ αυτού, ο αδιάστατος χρόνος (τ/τ_m) δεν θα είναι ποτέ αρκετά μεγάλος ώστε να γίνει αισθητή η τάση

αυτή σε πραγματικό πείραμα. Αντ' αυτού, θα επιτευχθεί η τιμή $u_m/\Delta u_{gm}=1$, δηλαδή, στην πράξη δεν θα διαταραχθεί η συμβατική συμπεριφορά.

(5) Η διέγερση μισού κύκλου τείνει να προκαλέσει μεγαλύτερη μετακίνηση ολίσθησης κάτω από ίση εδαφική επιτάχυνση και αντοχή τριβής. Αυτό έρχεται σε αντίθεση με τις συνηθισμένες κινήσεις που περιέχουν πολλαπλούς κύκλους, για τις οποίες η μετακίνηση γενικά αυξάνεται με τον αριθμό των κύκλων.

(6) Η σύνθετη εξάρτηση της μέγιστης μετακίνησης από την αντοχή τριβής η είναι προφανής στις Εξ.(1.9) και (1.18). Το γεγονός αυτό υποδηλώνει ότι απλές κλιμακωτές εκφράσεις τύπου δύναμης ή εκθετικές, μπορεί να μην είναι κατάλληλες για το δεδομένο πρόβλημα, υναμοThis suggests that simple scaling expressions of the power- or exponential-law type might not be possible for the problem at hand, παρά την εξιδανικευμένη φύση της τριβής και του σχήματος του παλμού.

(7) Ακολουθώντας το προηγούμενο συμπέρασμα, η αυξανόμενη εδαφική μετακίνηση Δu_{gm} εμφανίζεται μεγαλύτερη σε σχήματα που έχουν εξαχθεί με διαστατική ανάλυση για την κανονικοποίηση της μετακίνησης ολίσθησης, καθώς η συγκεκριμένη παράμετρος καταλήγει σε φραγμένα αποτελέσματα και για τα δυο είδη διέγερσης μισού και πλήρους κύκλου (στις απλές τιμές $1/2$, 1 και 0 στα όρια $\eta=0$ και 1) και παρέχει τη μικρότερη διασπορά των αποτελεσμάτων σαν συνάρτηση των η και β (Σχ. 1.13, 1.14). Αναλόγως, η διαστατική ανάλυση δεν φαίνεται ανώτερη σε επιλογές με κριτήριο τη φυσική σημασία για τη διεξαγωγή βέλτιστων σχημάτων κανονικοποίησης για το δεδομένο πρόβλημα.

(8) Οι λύσεις σε διεγέρσεις μισού κύκλου μπορεί να εξομοιώσουν πιστά την απόκριση σε φορτίο μισού και πλήρους κύκλου κάτω από ασύμμετρη τριβή (Fig 1.16, Table 1.4). Εξ αυτού, οι παλμοί μισού κύκλου δεν πρέπει να θεωρούνται απλώς σαν άκρως εξιδανικευμένες διεγέρσεις με σκοπό την απλούστευση της ανάλυσης. Υπό το πρίσμα αυτό, η πεπερασμένη εδαφική ταχύτητα στο τέλος του παλμού μισού κύκλου δεν πρέπει να θεωρείται σαν ένας φυσικός περιορισμός στη χρήση αυτών των κυματικών μορφών σε πρακτικά προβλήματα.

2. ΑΠΟΚΡΙΣΗ ΣΕ ΛΙΚΝΙΣΜΟ ΚΑΙ ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΝΑΤΡΟΠΗΣ ΣΤΕΡΕΩΝ ΣΩΜΑΤΩΝ (RIGID BLOCKS)

2.1 ΣΥΝΟΨΗ

Εξετάζεται το κλασικό πρόβλημα του λικνισμού (rocking) ενός στερεού, επιδαπέδιου block σε σεισμική εδαφική κίνηση περιέχουσα διακεκριμένους παλμούς, όπως στην περίπτωση των σεισμικών κινήσεων εγγύς πεδίου. Θεωρείται ένα ορθογωνικό block κείμενο σε άκαμπτη βάση και υποκείμενο σε ένα εύρος εξειδανικευμένων εδαφικής επιτάχυνσης που εκφράζονται από μια γενικευμένη συνάρτηση ελεγχόμενη από μία παράμετρο ενός σχήματος. Το πρόβλημα αντιμετωπίζεται στην περιοχή των γραμμικοποιημένων εξισώσεων κίνησης κάτω από την υπόθεση λεπτόκορμης γεωμετρίας του block και λικνισμού χωρίς ολίσθηση. Παρουσιάζονται η μέγιστη απόκριση λικνισμού και τα κριτήρια ανατροπής συναρτήσει αδιάστατων εκφράσεων κλειστού τύπου και γραφημάτων. Για το σκοπό αυτό εισάγονται δύο παράμετροι: η αδιάστατη διάρκεια του παλμού f (η πραγματική διάρκεια του παλμού επί την χαρακτηριστική συχνότητα του block) και η αδιάστατη αντοχή ανύψωσης η (ο λόγος της ελάχιστης απαιτούμενης επιτάχυνσης για την έναρξη της ανύψωσης προς τη μέγιστη επιτάχυνση του παλμού).

2.2 ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Ακολουθώντας τις πρωτοποριακές μελέτες των Milne (1885, 1893), Kirkpatrick (1927) και Housner (1963), το πρόβλημα του προσδιορισμού της απόκρισης λικνισμού και ανατροπής ενός άκαμπτου ελεύθερα ιστάμενου block σε εδαφικούς παλμούς έχει μελετηθεί εντατικά για πάνω από μισό αιώνα. Ένας βασικός σκοπός αυτών των ερευνών είναι η εκτίμηση ενός ελάχιστου και ενός μέγιστου επιπέδου έντασης της εδαφικής κίνησης με δεδομένα την ανατροπή ή ευστάθεια υψηλόκορμων σωμάτων κατά τη διάρκεια ισχυρών σεισμών. Παρά την φαινομενική απλότητα του προβλήματος, ο αναλυτικός προσδιορισμός των εξισώσεων κίνησης έχει αποδειχθεί πολύ δύσκολο στόχο – ακόμη και για απλές κυματομορφές – που οφείλεται στις μη γραμμικές γεωμετρικές επιδράσεις, τη μη συντηρητική φύση της δράσης και τον εκθετικό χαρακτήρα των συναρτήσεων απόκρισης. Σαν αποτέλεσμα, η πλειονότητα των διαθέσιμων μελετών είναι είτε αριθμητικές (Yim *et al.* 1980; Ishiyama 1982; Psycharis & Jennings 1983, 1985; Spanos & Koh 1984; Tso & Wong 1989a; Cai *et al.* 1995; Spanos *et al.* 2001; Prieto *et al.* 2004) είτε πειραματικές (Muto *et al.* 1960; Aslam *et al.* 1980; Priestley *et al.* 1983; Tso & Wong 1989a; Peña *et al.* 2007; Purvance *et al.* 2008). Αν και είναι διαθέσιμες συγκεκριμένες μεικτές αναλυτικές – αριθμητικές εκφράσεις (Apooshehpoor *et al.* 1999; Zhang & Makris 2001, Kounadis 2013) περιέχουσες προσεγγιστικές κλειστές λύσεις (Dimitrakopoulos & DeJong 2012), ακριβείς λύσεις περιορίζονται σε ορθογωνικούς και ημιτονοειδείς διάρκειας μισού κύκλου (Housner 1963; Shi *et al.* 1996).

Παρά τις προαναφερθείσες δυσκολίες, οι αναλυτικές έρευνες είναι πού μεγάλης αξίας καθώς μπορούν να διαφωτίσουν την πολύπλοκη φυσική της απόκρισης, συμπεριλαμβανομένων συγκεκριμένων αντιφατικών τάσεων που παρατηρήθηκαν σε αριθμητικές και πειραματικές μελέτες. Για παράδειγμα: (α) η ευστάθεια ενός block υποκείμενου σε συγκεκριμένη εδαφική κίνηση δεν μειώνεται μονοτονικά με το μειούμενο μέγεθος ή με τον αυξανόμενο λόγο

λυγηρότητας (Yim *et al.* 1980), (b) η ανατροπή ενός block δεν συνεπάγεται ανατροπή για αύξηση του εύρους της εδαφικής ταχύτητας (Yim *et al.* 1980, Psycharis & Jennings 1983) και (c) μείωση του συντελεστή επαναφοράς, και επομένως αύξηση της απόσβεσης του συστήματος, δεν συνεπάγεται μείωση στην απόκριση (Aslam *et al.* 1980). Ο περιορισμένος αριθμός των καθαρών αναλυτικών λύσεων στο πρόβλημα έδωσε το κίνητρο στην παρούσα εργασία.

Θεωρώντας το στερεό σώμα της προηγούμενης ενότητας, υποκείμενο σε στη γενικευμένη κυματική μορφή που παρουσιάστηκε εκεί, που μπορεί να προσομοιάσει μια ομάδα άπειρων κυματικών μορφών διάρκειας μισού κύκλου κυμαινόμενων από ένα τέλειο τετράγωνο (“box”) έως μια τέλεια ώση (“ακίδα”), παρουσιάζονται μια ακριβής αναλυτική λύση για την απόκριση σε λικνισμό του block και οι συνθήκες ανατροπής. Θα δειχθεί ότι παρά την εξειδανικευμένη φύση της διέγερσης και την απλότητα του συστήματος, θα προκύψουν ενδιαφέροντες τύποι απόκρισης.

2.3 ΟΡΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ ΚΑΙ ΤΩΝ ΠΑΡΑΜΕΤΡΩΝ

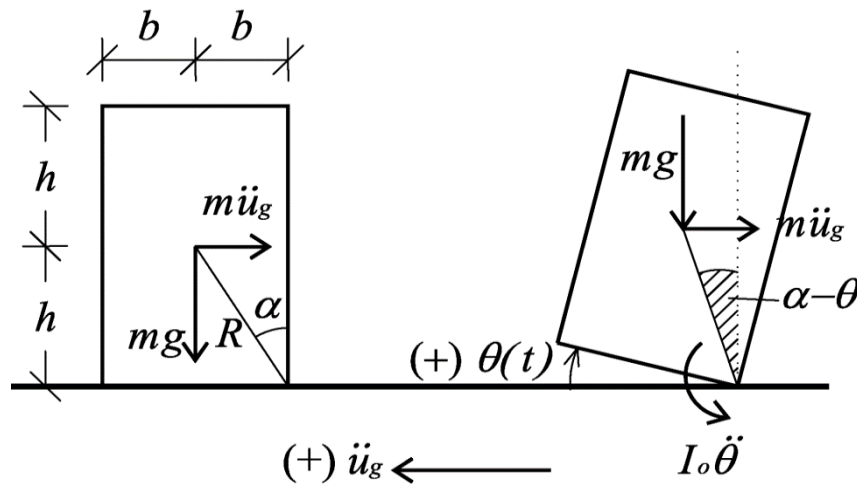
Το πρόβλημα που εξετάζεται αναφέρεται σε ένα στερεό, άκαμπτο σώμα (block) τοποθετημένο σε ένα άκαμπτο οριζόντιο επίπεδο, υποκείμενο σε έναν εξειδανικευμένο εδαφικό παλμό που δρα παράλληλα με το επίπεδο. Το block που φαίνεται στο Σχ. 2.1, είναι ορθογωνικού σχήματος, έχει ομοιόμορφα κατανεμημένη μάζα m , διαστάσεις $(2b)$ επί $(2h)$ – που οδηγούν σε ακτινική απόσταση από το κέντρο περιστροφής στο κέντρο βάρους $R = (b^2+h^2)^{1/2}$ και μια αδιάστατη γωνία που εκφράζει το λόγο των δυο πλευρών (το «ψίκορμο» του block) $\alpha = \tan^{-1}(b/h)$. Η διεπιφάνεια μεταξύ του block και της άκαμπτης βάσης είναι ελεύθερη τάσης και χωρίς συνοχή, υπακούει δε σε γραμμικό νόμο τριβής χαρακτηριζόμενο από το συντελεστή Coulomb μ , οποίος υποτίθεται αρκετά μεγάλος ώστε να μην υπάρχει δυνατότητα ολίσθησης σε καμία χρονική στιγμή. Όπως αποδείχθηκε από τον Housner (1963), τα δυναμικά χαρακτηριστικά του block μπορούν να εκφραστούν με την χαρακτηριστική συχνότητα $p = (mgR/I_0)^{1/2}$ (μετρούμενη σε ακτίνια \times χρόνο⁻¹), g η επιτάχυνση της βαρύτητας και I_0 η ροπή αδρανείας του block ως προς την άκρη της βάσης. Για ένα ομοιόμορφο ορθογωνικό block, $p = (3g/4R)^{1/2}$. Η προτεινόμενη ανάλυση ισχύει επίσης για block οποιουδήποτε συμμετρικού σχήματος γύρω από τον κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας. Στην περίπτωση αυτή, h είναι το ύψος του κέντρου μάζας από τη βάση και b το μισό πλάτος της βάσης. Η εξάρτηση της χαρακτηριστικής συχνότητας μόνο από το μέγεθος του block και της βαρυτικής δράσης είναι ανάλογη με τη συμπεριφορά ενός γραμμικού εκκρεμούς – εξ ου και ο όρος “ανεστραμμένο εκκρεμές” που επινοήθηκε από τον Housner (1963).

Η εδαφική διέγερση συνίσταται σε έναν εξειδανικευμένο οριζόντιο παλμό επιτάχυνσης που περιγράφεται από την παράμετρο σχήματος β , εύρος A_g (κανονικοποιημένο εύρος $\alpha_g = A_g/g$) και διάρκεια μισού κύκλου t_d . Όπως φαίνεται στο Σχ. 2.2, ο δεδομένος παλμός περιγράφεται:

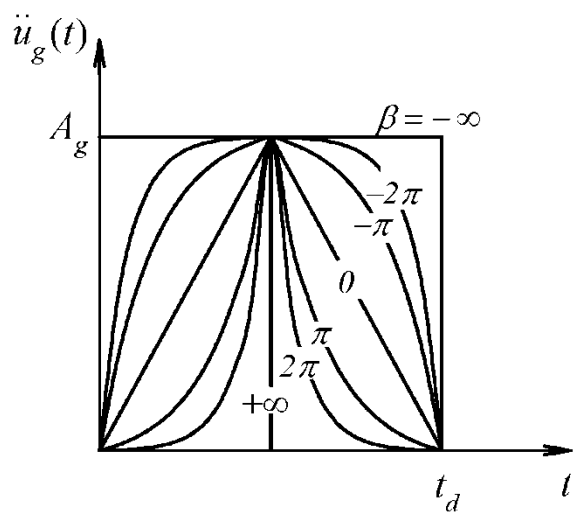
$$\ddot{u}_g(t) = \frac{A_g}{1-e^\beta} [1 - e^{2\beta t/t_d} + (e^{2\beta t/t_d} - e^{2\beta(1-t/t_d)})H(t-t_d/2) - (1 - e^{2\beta(1-t/t_d)})H(t-t_d)] \quad (2.1)$$

Όπου $H(\cdot)$ εκφράζει την βηματική συνάρτηση Heaviside.

Η παραπάνω συνάρτηση διέγερσης χρησιμοποιήθηκε για πρώτη φορά από τους Jacobsen & Ayre (1958) για τη διερεύνηση του φάσματος της γραμμικής ώθησης. Η χρήση του επεκτείνεται εδώ για την περίπτωση των λικνιζόμενων blocks, καθώς μπορεί να εξομοιώσει με τη χρήση μιας μόνο παραμέτρου (β) έναν άπειρο αριθμό συμμετρικών παλμών (Σχ. 2.2). Αυτό είναι επιθυμητό καθώς μια λύση επαρκεί για την περιγραφή της δυναμικής απόκρισης σε έντονα διαφορετικές κυματικές μορφές.



Σχήμα 2.1 Εξεταζόμενο πρόβλημα: κίνηση λικνισμού στερεού σώματος (block) εδραζόμενου σε άκαμπτη βάση



Σχήμα 2.2 Χρονοϊστορία εδαφικής επιτάχυνσης για γενικευμένο εκθετικό παλμό μισού κύκλου.

Ακριβολογώντας, οι παλμοί μισού κύκλου δεν είναι πραγματοποιήσιμοι, καθώς η εδαφική ταχύτητα στο τέλος της διέγερσης ($t = t_d$) δεν είναι μηδενική. Ωστόσο, ένας παλμός μισού κύκλου μπορεί να θεωρηθεί ως ο πρώτος λοβός πιο σύνθετων κυματικών μορφών που περιλαμβάνει τις μεγάλες διαδρομές της επιτάχυνσης και της ταχύτητας που παρατηρούνται στις πραγματικές εγγύς της πηγής καταγραφές του σεισμού και, εξ αυτού, είναι κατάλληλος για τη διερεύνηση των κυρίων χαρακτηριστικών των σεισμικών απαιτήσεων που τίθενται από τέτοιες κινήσεις. Επιπροσθέτως θαδειχθεί ότι κάποια συστήματα λικνισμού επιτυγχάνουν τη μέγιστη απόκριση πριν το τέλος της διέγερσης και, εξ αυτού, το αν τείνει ή όχι η ταχύτητα στο μηδέν σε επόμενους χρόνους είναι ήσσονος σημασίας. Σημειωτέον ότι οι πιο πάνω συνεισφορές εφαρμόζονται σε άλλα δυναμικά συστήματα που περιλαμβάνουν απλούς ταλαντωτές (Mylonakis & Voyagaki 2006) και ολισθαίνοντα block.

Οι ακόλουθες αδιάστατες ποσότητες υιοθετούνται για την περιγραφή των αποτελεσμάτων που παρουσιάζονται κατωτέρω: γωνία λικνισμού θ , μέγιστη γωνία λικνισμού θ_{max} , αντοχή ανύψωσης $\eta = \alpha/\alpha_g$, αδιάστατη διάρκεια του παλμού $f = p/t_d$, κανονικοποιημένος χρόνος της έναρξης του λικνισμού $\tau_{up} = t_{up}/t_d$, κανονικοποιημένος χρόνος μέγιστης απόκρισης $\tau_m = t_m/t_d$, κανονικοποιημένος χρόνος κρούσης $\tau_i = t_i/t_d$, και κανονικοποιημένος κρίσιμος χρόνος (ανατροπής) $\tau_c = t_c/t_d$ όταν $\theta(\tau_c) = \alpha$.

Υπό το πρίσμα της διαστατικής ανάλυσης, δεδομένου ότι το πρόβλημα περιγράφεται από 6 διαστατικές τιμές (δηλ. m, R, b, g, A_g, t_d) και το εύρος του διαστατικού μητρώου είναι 3 (δηλ. Μάζα, Χρόνος, Μήκος), το θεώρημα του Buckingham προτείνει ότι 3 (=6-3) αδιάστατες παράμετροι (επιπροσθέτως της παραμέτρου σχήματος β) είναι αρκετές για την περιγραφή της μέγιστης απόκρισης λικνισμού. Στην ενότητα αυτή επιλέγονται για το σκοπό αυτό οι παράμετροι α, η και f . Επομένως μπορεί να γραφεί:

$$\theta_{max} = F(f, \eta, \alpha) \quad (2.2)$$

Το οποίο μπορεί να εισαχθεί *a priori* δηλ., χωρίς να είναι γνωστή η λύση ή ακόμη ξαι οι διατύπωση των διεπουσών εξισώσεων. Να σημειωθεί ότι αυτή η ανάλυση δεν εκμεταλλεύεται την παρατήρηση ότι η απόκριση του block είναι ανεξάρτητη από τη μάζα του.

2.3.1 Έναρξη του λικνισμού

Ανάλογα με τα χαρακτηριστικά της διέγερσης και τις ιδιότητες τριβής της διεπιφάνειας το block μπορεί είτε: να παραμείνει αμετακίνητο, να ολισθήσει (χωρίς λικνισμό), να λικνιστεί (χωρίς ολίσθηση), να ολισθήσει και να λικνιστεί συγχρόνως, ή να μετακινηθεί απότομα προς τα επάνω εκτιναχθεί κάτω από ξαφνική ώθηση (κρούση) (Ishiyama 1982; Shendon 1996; Rompei *et al.* 1998). Η ανάλυσή μας εστιάζει αποκλειστικά στη συμπεριφορά λικνισμού και εξ αυτού υποθέτει έναν αρκετά μεγάλο συντελεστή τριβής και μία τέλεια άκαμπτη βάση έτσι ώστε η ολίσθηση και η απότομη μετακίνηση προς τα επάνω να αποκλειστούν.

Για να προκληθεί κίνηση λικνισμού, η ροπή ανατροπής η οφειλόμενη σε αδρανειακή δράση πρέπει να υπερβαίνει τη ροπή επαναφοράς που οφείλεται στη βαρύτητα και η οποία μπορεί να γραφεί: $(\ddot{u}_g / g) \geq \tan \alpha$; για γωνία α μικρότερη από 20 μοίρες (Housner 1963; Yim *et al.* 1980), ή

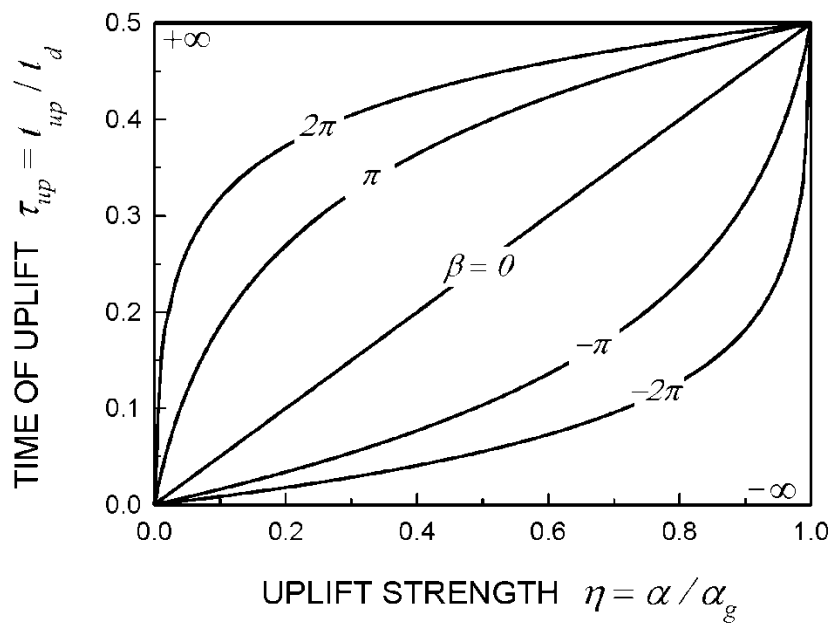
$$\ddot{u}_g / g \geq \alpha \quad (2.3)$$

Το κριτήριο αυτό μπορεί να εκφραστεί συναρτήσει της αντοχής σε ανύψωση ως ακολούθως: αν $\eta > 1$ δεν συμβαίνει λικνισμός, αν $\eta < 1$ αρχίζει ο λικνισμός σε $\tau = \tau_{up}$, όταν $\ddot{u}_g(\tau_{up}) = \alpha g$.

Αντικαθιστώντας την πιο πάνω κρίσιμη επιτάχυνση στην Εξ. (2.1), ο χρόνος της ανύψωσης δίνεται:

$$\tau_{up} = \frac{1}{2\beta} \ln[1 - \eta(1 - e^{\beta})] \quad (2.4)$$

Τα αριθμητικά αποτελέσματα της πιο πάνω Εξ. (2.4) φαίνονται στο Σχ. 2.3, σχεδιασμένα σαν συνάρτηση της αντοχής ανύψωσης. Προφανώς αν σημειωθεί ανύψωση ($\eta < 1$), οι αντίστοιχοι χρόνοι για τις δεδομένες κυματικές μορφές συμβαίνουν κατά τη διάρκεια της αύξησης της επιτάχυνσης ($0 \leq \tau_{up} \leq 1/2$). Για ορθογωνικό παλμό ($\beta \rightarrow -\infty$) ο λικνισμός αρχίζει σε $\tau_{up} = 0$, ενώ για έναν παλμό αιχμής ($\beta \rightarrow +\infty$) για $\tau_{up} = 1/2$.



Σχήμα 2.3 Χρόνος ανύψωσης συναρτήσει της αντοχής σε ανύψωση για γενικευμένο εκθετικό παλμό διάρκειας μισού κύκλου

2.3.2 Εξισώσεις Κίνησης

Οι μη γραμμικές διέπουσες εξισώσεις απόκρισης λικνισμού του συστήματος είναι Housner (1963)

$$I_o \ddot{\theta} + mgR \sin(\alpha - \theta) = +m\ddot{u}_g R \cos(\alpha - \theta), \quad \theta(t) > 0 \quad (2.5)$$

$$I_o \ddot{\theta} - mgR \sin(\alpha + \theta) = +m\ddot{u}_g R \cos(\alpha + \theta), \quad \theta(t) < 0 \quad (2.6)$$

όπου θ είναι η γωνία λικνισμού και I_o είναι η προαναφερθείσα ροπή αδρανείας του block ως προς την άκρη της βάσης (σημείο ανατροπής). Για ορθογωνική γεωμετρία, $I_o = (4/3) mR^2$.

Για υψηλόκορμα block, οι γωνίες θ και α είναι μικρές. Οι εξισώσεις κίνησης (2.5) & (2.6) μπορούν να γραμμικοποιηθούν χρησιμοποιώντας προσεγγίσεις πρώτης τάξης $\sin(\alpha \pm \theta) \cong \alpha \pm \theta$ και $\cos(\alpha \pm \theta) \cong 1$:

$$\ddot{\theta} - p^2 \theta = +p^2 \ddot{u}_g / g - p^2 \alpha \operatorname{sgn}(\theta) \quad (2.7)$$

όπου $\operatorname{sgn}()$ είναι η συνάρτηση signum.

Ερευνώντας την Εξ. (2.7) και υπενθυμίζοντας ότι $\eta = \alpha / \alpha_g$ προκύπτει η αδιάστατη παράμετρος θ δηλ.

$$\theta_{max} = \alpha F(f, \eta) \quad (2.8)$$

Η οποία μειώνει των αριθμό των ανεξάρτητων μεταβλητών κατά μια.

Για την πιο πάνω εξίσωση έχει δοθεί ακριβής λύση για δυο περιπτώσεις: (1) ορθογωνικού παλμού μισού κύκλου (Housner 1963); (2) ημιτονοειδή παλμού μισού κύκλου (Apooshehroor *et al.* 1999). Αναλυτικές λύσεις για πιο γενικευμένες κυματικές μορφές στην (2.1) παρουσιάζονται στα επόμενα.

2.4 ΛΥΣΕΙΣ

2.4.1 Απόκριση λικνισμού

Για το γενικευμένο εκθετικό παλμό στην Εξ. (2.1), εισάγοντας την αδιάστατη μέγιστη εδαφική επιτάχυνση $\alpha_g = A_g / g$ και θεωρώντας θετικές γωνίες λικνισμού η Εξ. (2.7) μπορεί να διατυπωθεί:

$$\ddot{\theta} - p^2\theta = +p^2\alpha_g [1 - \exp[2\beta[\tau + (1-2\tau)H(\tau-1/2) - (1-\tau)H(\tau-1)]]] / (1-e^\beta) - p^2\alpha \quad (2.9)$$

που ισχύει κάτω από συνθήκες ανύψωσης δηλ., όταν $\alpha_g > \alpha$ ή, ισοδυνάμως, όταν $\alpha/\alpha_g = \eta < 1$. Θέτοντας αρχικές συνθήκες για μηδενική γωνιακή ταχύτητα $\dot{\theta}(\tau_{up}) = 0$ και στροφή $\theta(\tau_{up}) = 0$, οι συναρτήσεις απόκρισης είναι:

$$\frac{\theta(\tau)}{\alpha} = 1 - \frac{x_1 + x_2 H(\tau-1/2) + x_3 H(\tau-1)}{\eta(1-e^\beta)(f^2 - 4\beta^2)} \quad (2.10a)$$

$$\frac{\dot{\theta}(\tau)}{\alpha f} = - \frac{\dot{x}_1 + \dot{x}_2 H(\tau-1/2) + \dot{x}_3 H(\tau-1)}{\eta f (1-e^\beta)(f^2 - 4\beta^2)} \quad (2.10b)$$

όπου

$$x_1 = \beta(f+2\beta)[1-\eta(1-e^\beta)]^{1-\frac{f}{2\beta}} e^{f\tau} - \beta(f-2\beta)[1-\eta(1-e^\beta)]^{1+\frac{f}{2\beta}} e^{-f\tau} + f^2(1-e^{2\beta\tau}) - 4\beta^2 \quad (2.11a)$$

$$x_2 = f^2(e^{2\beta\tau} - e^{2\beta(1-\tau)}) - 2\beta f e^\beta (e^{f(\tau-1/2)} - e^{-f(\tau-1/2)}) \quad (2.11b)$$

$$x_3 = f^2 e^{2\beta(1-\tau)} - (f^2 - 4\beta^2) + \beta[(f-2\beta)e^{f(\tau-1)} - (f+2\beta)e^{-f(\tau-1)}] \quad (2.11c)$$

με την τελεία να εκφράζει παραγώγιση ως προς τον κανονικοποιημένο χρόνο ($\dot{x}_i = dx_i / d\tau$).

Στην οριακή περίπτωση ορθογωνικού παλμού, $\beta \rightarrow -\infty$, οι Εξ (2.10) και (2.11) απλοποιούνται:

$$\frac{\theta(\tau)}{\alpha} = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) (\cosh(f\tau) - 1) - \frac{1}{\eta} (\cosh[f(\tau-1)] - 1) H(\tau-1) \quad (2.12)$$

$$\frac{\dot{\theta}(\tau)}{\alpha f} = \left(\frac{1}{\eta} - 1\right) \sinh(f\tau) - \frac{1}{\eta} \sinh[f(\tau-1)] H(\tau-1) \quad (2.13)$$

Αναλόγως, για τριγωνικό παλμό, $\beta \rightarrow 0$ οι Εξ (2.10) και (2.11) καταλήγουν

$$\begin{aligned} \frac{\theta(\tau)}{\alpha} = & 1 - \frac{1}{\eta} \left(2\tau - \frac{2}{f} \sinh\left[f\left(\tau - \frac{\eta}{2}\right)\right]\right) - \frac{1}{\eta} \left(2 - 4\tau + \frac{4}{f} \sinh\left[f\left(\tau - \frac{1}{2}\right)\right]\right) H\left(\tau - \frac{1}{2}\right) - \\ & - \frac{1}{\eta} \left(2(\tau-1) - \frac{2}{f} \sinh[f(\tau-1)]\right) H(\tau-1) \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\frac{\dot{\theta}(\tau)}{\alpha f} = -\frac{2}{\eta f} (1 - \cosh[f(\tau - \frac{\eta}{2})]) - \frac{4}{\eta f} (-1 + \cosh[f(\tau - \frac{1}{2})]) H(\tau - \frac{1}{2}) - \frac{2}{\eta f} (1 - \cosh[f(\tau - 1)]) H(\tau - 1)$$

(2.15)

2.4.2 Κριτήριο ανατροπής

Κύριο αντικείμενο της δεδομένης ανάλυσης είναι να προσδιοριστούν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες το block θα ανατραπεί. Ο ορισμός της «ανατροπής» όμως, δεν είναι καθώς η προφανής συνθήκη $\theta = \pi/2$ δεν εφαρμόζεται στην περιοχή των γραμμικοποιημένων εξισώσεων κίνησης (Εξ. 2.6) και, εξ αυτού, πρέπει να αναζητηθούν εναλλακτικοί ορισμοί.

Για μονόπλευρη διέγερση όπως ο παλμός μισού κύκλου στην Εξ. (2.1), αν η γωνία λικνισμού θ υπερβαίνει το λόγο α , η ροπή επαναφοράς η οφειλόμενη στο βάρος του block θα αλλάξει σε κινητική ροπή η απόκριση θα γίνει ασταθής με αποτέλεσμα τελικά να ανατραπεί το block. Αναλόγως, μπορεί να οριστεί ένα επαρκές μέγεθος επιτάχυνσης για να ανατραπεί το block θέτοντας τη γωνία θ στην Εξ. (2.10) ίση με α .

Επιβάλλοντας αυτό το απλό κριτήριο στο τέλος του παλμού ($\tau_c = 1$), που αντιστοιχεί στο τέλος του μειούμενου κλάδου επιτάχυνσης στο Σχ. 2.2, εξάγεται η ακόλουθη διακρίνουσα εξίσωση

$$\beta[(f + 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 - \frac{f}{2\beta}} e^f - (f - 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 + \frac{f}{2\beta}} e^{-f}] = 4\beta^2 - f^2 + 2\beta f e^\beta (e^{\frac{f}{2}} - e^{-\frac{f}{2}}) \quad (2.16a)$$

Η οποία μπορεί να λυθεί αριθμητικά με τη μορφή $\eta = \eta(f)$ ή $f = f(\eta)$.

Επαναλαμβάνοντας την ανάλυση για $\tau_c = 1/2$ (τέλος του ανερχόμενου κλάδου επιτάχυνσης), καταλήγουμε σε ανάλογη έκφραση:

$$\beta[(f + 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 - \frac{f}{2\beta}} e^{\frac{f}{2}} - (f - 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 + \frac{f}{2\beta}} e^{-\frac{f}{2}}] = 4\beta^2 - f^2 + f^2 e^\beta \quad (2.16b)$$

Για $\beta \rightarrow -\infty$, που αντιστοιχεί σε ορθογωνικό παλμό, οι Εξ (2.16a, b) παρέχουν, αντίστοιχα, τις ακριβείς λύσεις

$$\eta = 1 - 1/\cosh(f) \quad (2.17a)$$

$$\eta = 1 - 1/\cosh(f/2) \quad (2.17b)$$

Στην περίπτωση του τριγωνικού παλμού ($\beta \rightarrow 0$), οι αντίστοιχες λύσεις είναι

$$\eta = 2 + \frac{1}{f} \ln[1 + 2f(f - \sqrt{f^2 + 1})] \quad (2.18a)$$

$$\eta = 1 + \frac{1}{f} \ln[1 + \frac{f}{2}(f - \sqrt{f^2 + 4})] \quad (2.18b)$$

Οι παραπάνω εξισώσεις είναι προφανώς εφαρμόσιμες σε ακόμη πιο πολύπλοκες διεγέρσεις βάσης στις οποίες η χρονο-ιστορία της εδαφικής επιτάχυνσης συνεχίζεται μετά τον χρόνο t_a . Ωστόσο, η ανατροπή κατά τη διάρκεια του παλμού δεν αντιπροσωπεύει την πιο κρίσιμη συνθήκη για το συγκεκριμένο σύστημα. Το ακριβές κριτήριο ανατροπής μπορεί να αναπτυχθεί χρησιμοποιώντας την έννοια της ταυτόχρονης ακινησίας ($\dot{\theta} = 0$) και ισοροπίας ($\ddot{\theta} = 0$) του block δηλ.,

$$\dot{\theta}(\tau_c) = 0 \quad (2.19a)$$

$$\ddot{\theta}(\tau_c) = 0 \quad \text{ή} \quad \theta(\tau_c) = \alpha \quad (2.19b)$$

Που ορίζουν ένα σημείο καμπής (σαγματικό σημείο) στην απόκριση (με την προϋπόθεση ότι $\ddot{\theta}(\tau_c) \neq 0$), στον κρίσιμο χρόνο $\tau = \tau_c$. Καθώς για κάθε σύστημα που ανατρέπεται σε πεπερασμένο χρόνο, υπάρχει πάντα ένα ισχυρότερο σύστημα που ανατρέπεται σε κατοπινό χρόνο, αποδεικνύεται με απλή διαδικασία (Zhang & Makris 2001; Dimitrakopoulos & DeJong 2012) ότι το σημείο καμπής βρίσκεται στο άπειρο (δηλ., $\tau_c \rightarrow \infty$).

Με τη βοήθεια των Εξ. (2.10) και (2.11), οι ανωτέρω συνθήκες καταλήγουν στη λύση

$$\eta_w = \frac{1}{1 - e^\beta} \left\{ 1 - \left[\frac{e^f (f + 2\beta)}{2f e^{\frac{f}{2} + \beta} - (f - 2\beta)} \right]^{\frac{2\beta}{f - 2\beta}} \right\} \quad (2.20)$$

Η οποία εκφράζει εκφράζει το κριτήριο ανατροπής για τη δεδομένη ακολουθία παλμών. Στην παραπάνω εξίσωση το η_w ερμηνεύεται σαν μια οριακή αντοχή που διαχωρίζει τα συστήματα που ανατρέπονται ($\eta < \eta_w$) από αυτά που δεν ανατρέπονται ($\eta > \eta_w$). Υπό αυτό το πρίσμα, η καμπύλη $\eta_w = \eta_w(f, \beta)$ θα αναφέρεται ακολούθως ως «τοίχος ευστάθειας». Αντίθετα με τα αποτελέσματα των Εξ. (2.16) έως (2.18), το πιο πάνω κριτήριο ανατροπής είναι πλήρες καθώς περιγράφει συστήματα που πλησιάζουν την τιμή $\theta = \alpha$ για $t \rightarrow +\infty$ κάτω από μηδενική γωνιακή ταχύτητα και επιτάχυνση, όμως με τάση αυξανόμενης απόκρισης (δηλ.,

$d(\ddot{\theta})/dt > 0$ - ένα αυστηρά αυξανόμενο σημείο κλίσης). Αυτή η επιπλέον «ώθηση» εγγυάται οριακή ανατροπή.

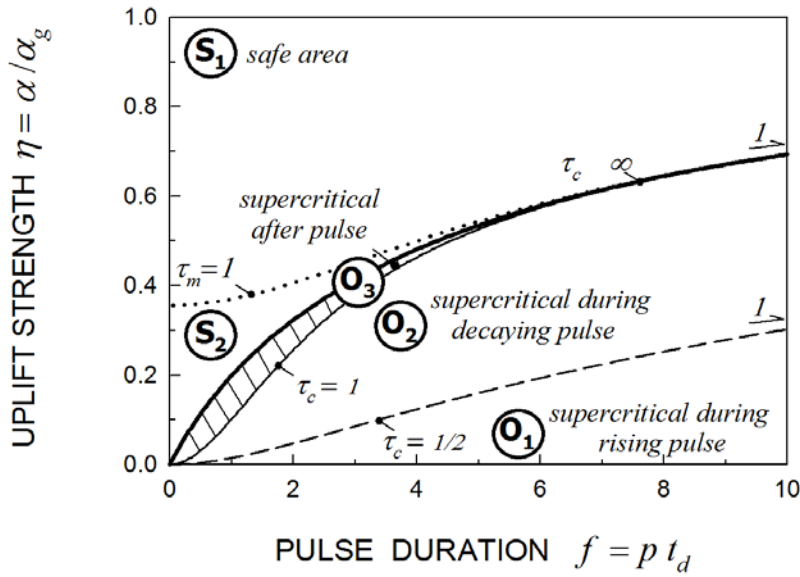
Εξετάζοντας την απλή περίπτωση του ορθογωνικού παλμού ($\beta \rightarrow -\infty$), η Εξ. (2.20) απλοποιείται σε

$$\eta_w = 1 - e^{-f} \quad (2.21)$$

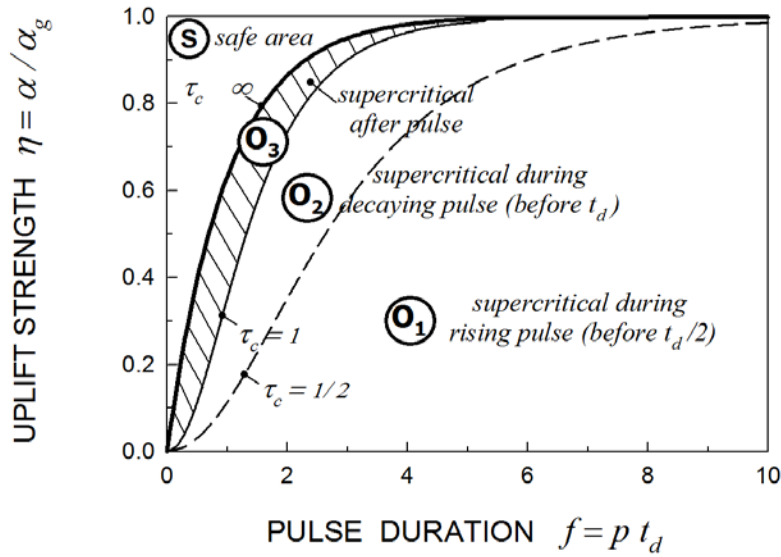
Το οποίο συμπίπτει με τη λύση του Housner (1963). Για τριγωνικό παλμό ($\beta \rightarrow 0$) προκύπτει

$$\eta_w = 2 - \frac{2}{f} \ln[2e^{\frac{f}{2}} - 1] \quad (2.22)$$

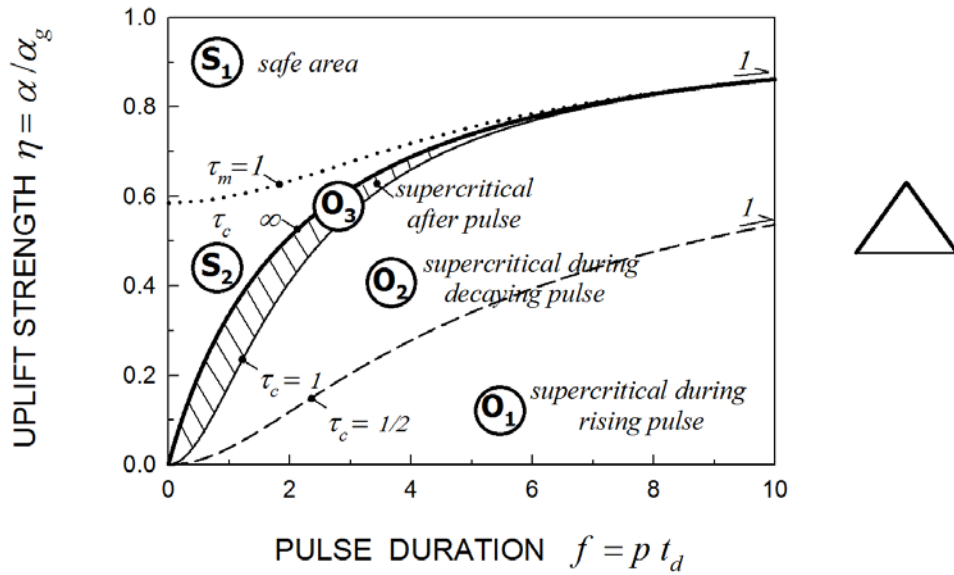
Οι ανωτέρω λύσεις παρουσιάζονται γραφικά στο Σχήμα 2.4 το οποίο απεικονίζει τις περιοχές ευστάθειας (σημειωμένες με S) και ανατροπής (σημειωμένες με O) ασαν συνάρτηση της αντοχή υπερέψωσης η και της διάρκειας του παλμού f για έναν παλμό εκθετικού τύπου που προκύπτει για συντελεστή σχήματος $\beta = \pi$. Προφανώς για μεγάλες τιμές της αντοχής ανύψωσης η ανατροπή απαιτεί μεγάλη διάρκεια παλμού και αντιστρόφως. Οι περιοχές O_1 και O_2 αντιστοιχούν σε υπερκρίσιμη απόκριση κατά τη διάρκεια του παλμού, ενώ η περιοχή O_3 αντιστοιχεί σε υπερκρίσιμη απόκριση μετά τον παλμό. Η γραμμή που διαχωρίζει τις περιοχές O_2 και O_3 αντιστοιχεί στη λύση της Εξ. (2.16a), ενώ η γραμμή που διαχωρίζει την περιοχή O_3 από την περιοχή ευστάθειας S αντιστοιχεί στον τοίχο ευστάθειας και δίνεται από την Εξ. (2.20). Αντίστοιχα αποτελέσματα για τις περιπτώσεις ορθογωνικού ($\beta \rightarrow -\infty$), τριγωνικού ($\beta = 0$) και ημιτονοειδούς παλμού ($\beta = -\pi$) φαίνονται στα Σχ. 2.5, 2.6 και 2.7, αντίστοιχα.



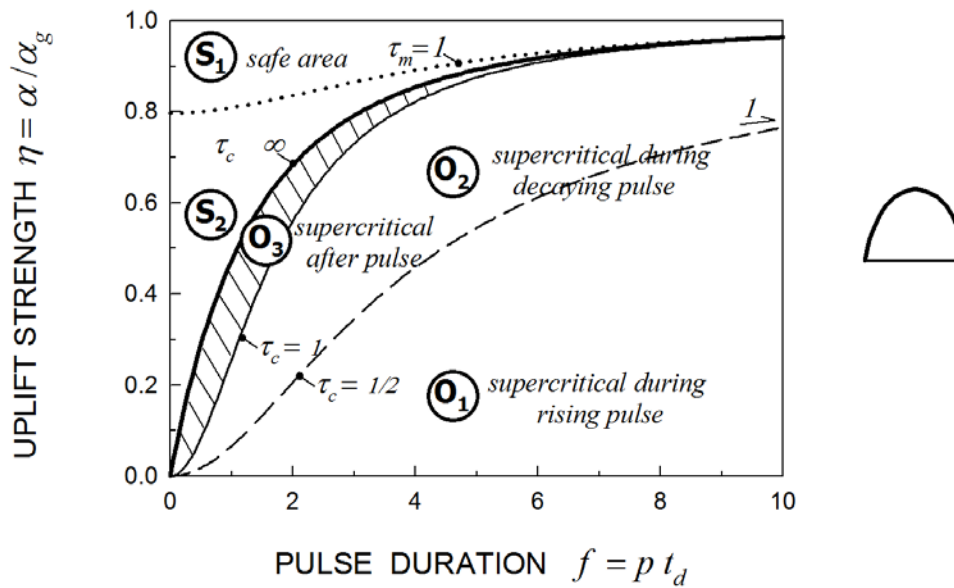
Σχήμα 2.4 Περιοχές ευστάθειας (S) και ανατροπής (O₁ έως O₃) για λικνιζόμενο block κάτω από εκθετική διέγερση ($\beta = \pi$).



Σχήμα 2.5 Περιοχές ευστάθειας (S) και ανατροπής (O₁ έως O₃) για λικνιζόμενο block κάτω από ορθογωνική διέγερση ($\beta \rightarrow \infty$).



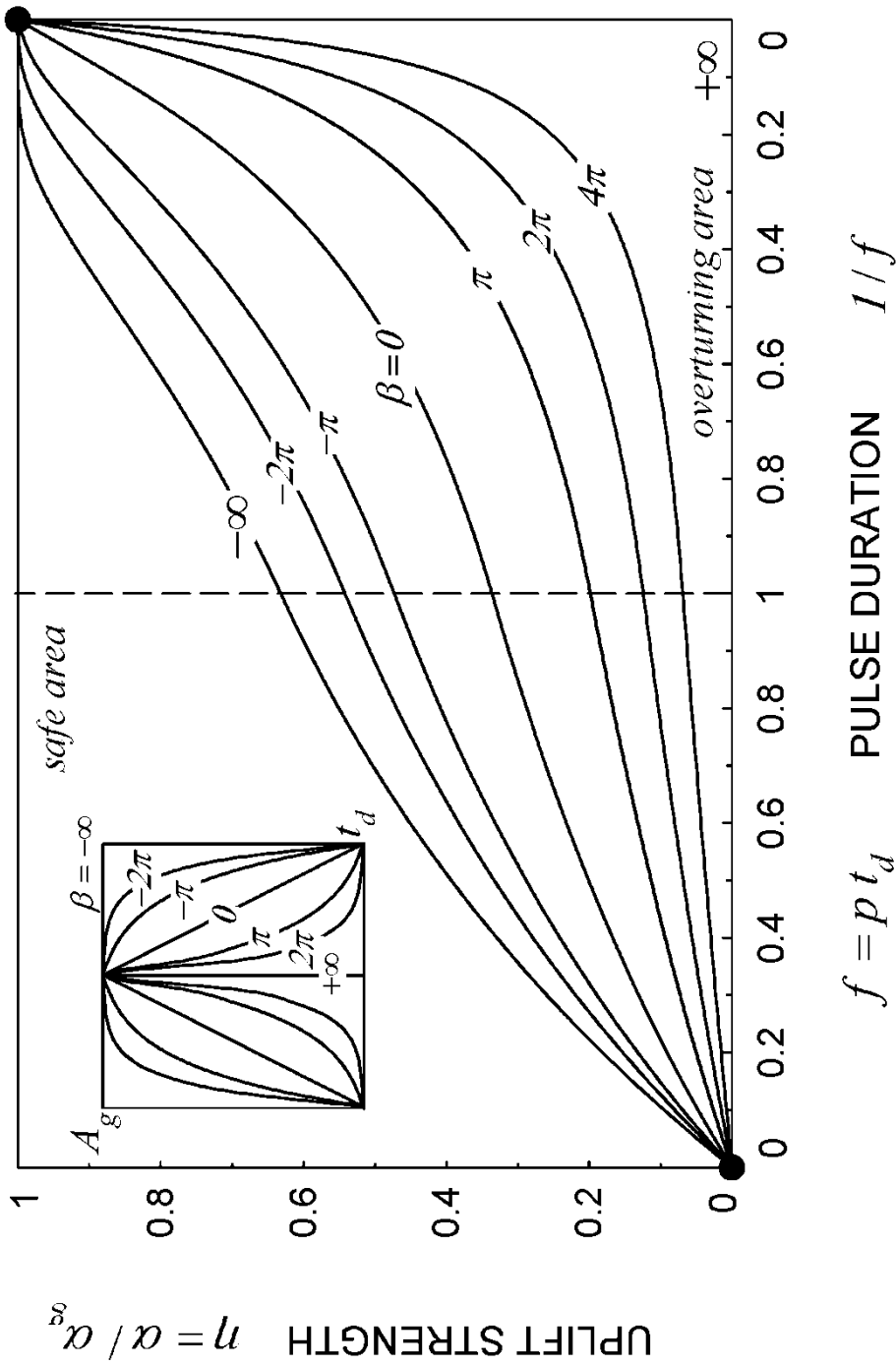
Σχήμα 2.6 Περιοχές ευστάθειας (S) και ανατροπής (O_1 έως O_3) για λικνιζόμενο block κάτω από τριγωνική διέγερση ($\beta \rightarrow 0$).



Σχήμα 2.7 Περιοχές ευστάθειας (S) και ανατροπής (O_1 έως O_3) για λικνιζόμενο block κάτω από ημιτονοειδή διέγερση ($\beta \rightarrow -\pi$).

Το Σχήμα 2.8 απεικονίζει τα κριτήρια ανατροπής στην Εξ. (2.20) (τοίχοι ευστάθειας) σαν συναρτήσεις της αντοχής ανύψωσης η και της διάρκειας του παλμού f για λικνιζόμενο block κάτω από έναν γενικευμένο εκθετικό παλμό διάρκειας μισού κύκλου, για διαφορετικές τιμές του συντελεστή σχήματος β , κυμαινόμενου από $-\infty$ (τέλειο ορθογώνιο) έως $+\infty$ (τέλεια αιχμή). Φυσικά, όσο μεγαλύτερη η τιμή του συντελεστή σχήματος β , τόσο μικρότερη η περιοχή ανατροπής. Για μεγάλες τιμές της αντοχής ανύψωσης η ανατροπή απαιτεί μεγάλη διάρκεια παλμού και αντιστρόφως.

Πρέπει να τονιστεί ότι οι παραπάνω συγκρίσεις θεωρούν παλμούς ίσης επιτάχυνσης και διάρκειας, αλλά διαφορετικών ταχυτήτων (εξαρτώμενες από το β). Αναλόγως τα αποτελέσματα αυτά δεν μπορούν να ερμηνευτούν με τις αρχές της "ίσης "ενέργειας».



Σχήμα 2.8 Περιοχές ευστάθειας (S) και ανατροπής (O₁ έως O₃) για λικνιζόμενο block για διάφορες τιμές του συντελεστή σχήματος β .

2.4.3 Μέγιστη απόκριση λικνισμού

Αναφορικά σε συστήματα που δεν ανατρέπονται (δηλ., block στην περιοχή S που έχουν αντοχή μεγαλύτερη από την κρίσιμη), υπάρχει ένας χρόνος $\tau_m = t_m / t_d$ όταν η ταχύτητα λικνισμού γίνεται μηδέν και η κίνηση αντιστρέφεται οδηγώντας σε κρούση. Φυσικά, η γωνία λικνισμού $\theta(\tau_m)$ ορίζει ένα μέγιστο (θ_{max}).

Για την οικογένεια των παλμών που εξετάζεται εδώ, η μέγιστη απόκριση μπορεί να συμβεί κατά τη διάρκεια απόσβεσης του παλμού ($1/2 \leq \tau_m \leq 1$), ή μετά τον παλμό ($\tau_m \geq 1$). Μπορεί να αποδειχθεί ότι για συμμετρικές διεγέρσεις μισού κύκλου όπως οι ακόλουθες στο Σχ. 2.2,

$$\tau_m \geq 1 - \tau_{up} \quad (2.23)$$

Το οποίο εξάγεται θέτοντας τη γωνιακή ταχύτητα $\dot{\theta}(\tau_m)$ ίση με μηδέν.

Για τα συστήματα στην περιοχή S_1 , (δηλ., $1/2 \leq \tau_m \leq 1$), τ_m προκύπτει από την επίλυση της εξίσωσης

$$\begin{aligned} (f + 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 - \frac{f}{2\beta}} e^{f\tau_m} + (f - 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 + \frac{f}{2\beta}} e^{-f\tau_m} = \\ = -2fe^{2\beta(1 - \tau_m)} + 2fe^\beta (e^{f(\tau_m - 1/2)} + e^{-f(\tau_m - 1/2)}) \end{aligned} \quad (2.24a)$$

Η οποία μπορεί να επιλυθεί αριθμητικά εκτός από ειδικές περιπτώσεις που θα συζητηθούν κατωτέρω. Να σημειωθεί ότι προσεγγιστικές λύσεις της Εξ. (2.24a) μπορούν να προκύψουν σε κλειστή μορφή χρησιμοποιώντας την τεχνική που περιγράφεται από τους Dimitrakopoulos & DeJong (2012).

Για συστήματα στην περιοχή S_2 (δηλ., $\tau_m \geq 1$) προκύπτει η ακόλουθη κλειστή λύση

$$\tau_m = \frac{1}{2f} \ln \left[\frac{\left(f - 2\beta + 2fe^{\frac{f}{2} + \beta} \right) \left[e^f (f + 2\beta) - 2fe^{\frac{f}{2} + \beta} + (f - 2\beta)[1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 + \frac{f}{2\beta}} \right]}{4f^2 e^{2\beta} - e^{-f} (f - 2\beta)^2 - (f + 2\beta)(f - 2\beta + 2fe^{\frac{f}{2} + \beta}) [1 - \eta(1 - e^\beta)]^{1 - \frac{f}{2\beta}}} \right] \quad (2.24b)$$

Για τις οριακές περιπτώσεις του ορθογωνικού ($\beta \rightarrow \infty$) και του τριγωνικού παλμού ($\beta \rightarrow 0$) οι χρόνοι της μέγιστης απόκρισης σε λικνισμό δίνονται από τις εκφράσεις

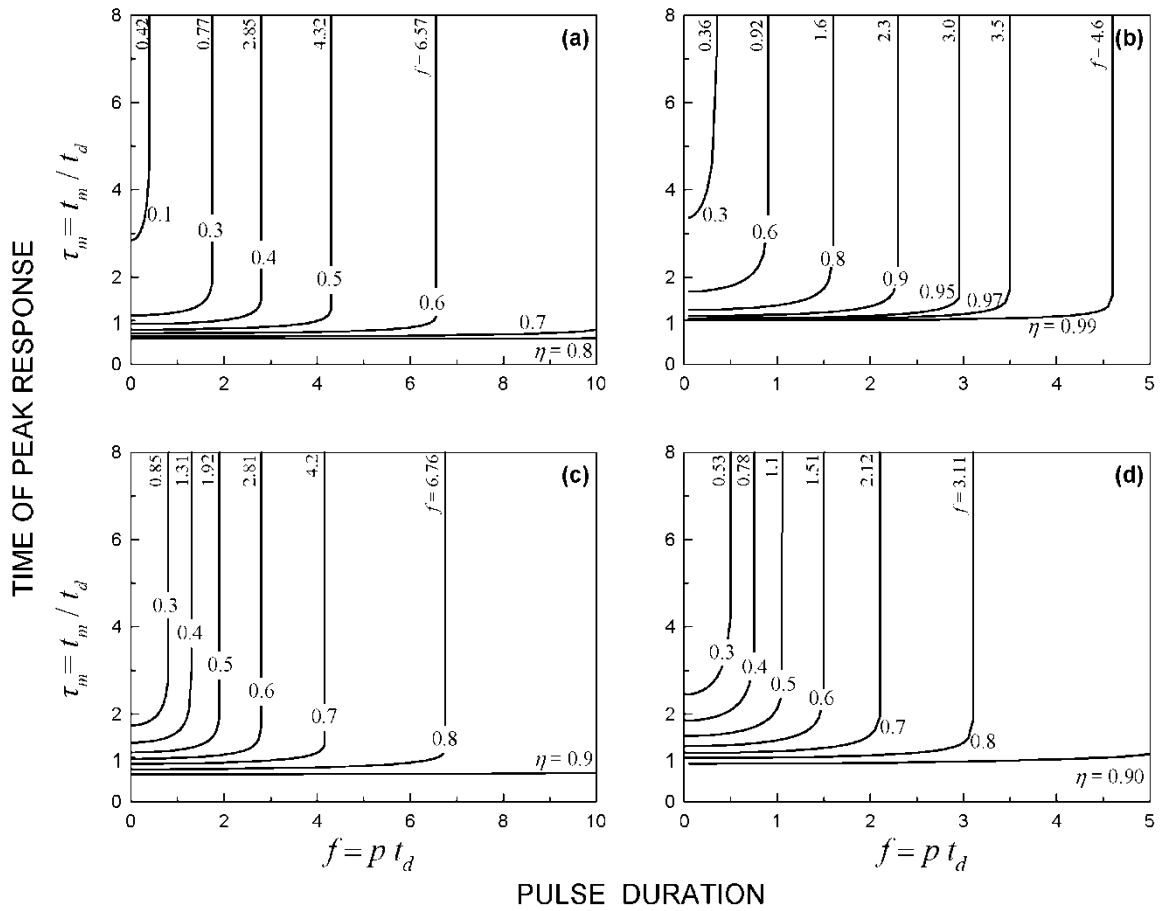
$$\tau_m = \frac{1}{2f} \ln \left[\frac{1 - \eta - e^f}{1 - \eta - e^{-f}} \right] \quad (2.25)$$

$$\tau_m = \frac{1}{f} \ln \left[\frac{1 + 2\sqrt{\cosh\left[\frac{f}{2}(1-\eta)\right] - 1}}{2e^{-\frac{f}{2}} - e^{-\frac{f\eta}{2}}} \right], \quad 1/2 \leq \tau_m \leq 1 \quad (2.26a)$$

$$\tau_m = \frac{1}{2f} \ln \left[-\frac{2e^{\frac{f}{2}} - e^{\frac{f\eta}{2}} - e^f}{2e^{-\frac{f}{2}} - e^{-\frac{f\eta}{2}} - e^{-f}} \right], \quad \tau_m > 1 \quad (2.26b)$$

Αριθμητικά αποτελέσματα για τ_m βασισμένα στις παραπάνω λύσεις φαίνονται στο Σχ. 2.9.

Η ειδική περίπτωση συστημάτων που φθάνουν τη μέγιστη απόκριση στο τέλος του παλμού ($\tau_m=1$) αντιπροσωπεύεται στα Σχ 2.4, 2.6 και 2.7 από τη γραμμή που διαχωρίζει τις περιοχές S_1 ($1/2 \leq \tau_m \leq 1$) και S_2 (δηλ., $\tau_m \geq 1$). Το όριο αυτό μπορεί να προσδιοριστεί αριθμητικά θέτοντας $\dot{\theta} = 0$ στην Εξ. (2.11) για $\tau=\tau_m=1$.



Σχήμα 2.9 Χρόνος μέγιστης απόκρισης λικνισμού ως συνάρτηση της αντοχής ανύψωσης και διάρκειας παλμού (περιοχή S) για γενικευμένο εκθετικό παλμό: (a) εκθετικό ($\beta = \pi$), (b) ορθογωνικό ($\beta \rightarrow -\infty$), (c) τριγωνικό ($\beta \rightarrow 0$) και (d) ημιτονοειδή ($\beta = -\pi$).

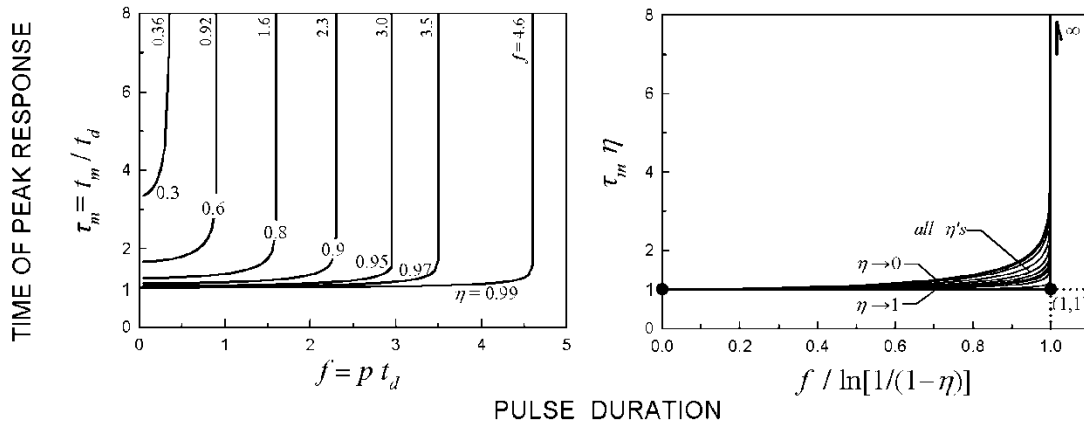
Κανονικοποιώντας το τ_m με $1/\eta$, το οποίο αντιστοιχεί στην τιμή του τ_m για μηδενική διάρκεια παλμού και τη διάρκεια του παλμού με $\ln[1/(1-\eta)]$, το οποίο αντιστοιχεί στις συνθήκες ευστάθειας του τοίχου που περιεγράφηκαν στις Εξ. (2.21), η εξίσωση (2.25) μπορεί να μορφοποιηθεί περαιτέρω:

$$\eta\tau_m = -\frac{1}{2\bar{f}} \frac{\eta}{\ln[1-\eta]} \ln \left[\frac{(1-\eta)^{-\bar{f}} - 1 + \eta}{(1-\eta)^{\bar{f}} - 1 + \eta} \right] \quad (2.27)$$

όπου $\bar{f} = f / \ln[1/(1-\eta)]$. Η οριακή συμπεριφορά της Εξ. (15) για $\eta \rightarrow 0$ και $\eta \rightarrow 1$ δίνεται από τις Εξ (16) & (17) αντίστοιχα, δίνοντας τα πάνω και κάτω όρια όπως φαίνεται στο Σχήμα 2.10.

$$\eta\tau_m \rightarrow \frac{1}{2\bar{f}} \ln \left[\frac{1+\bar{f}}{1-\bar{f}} \right] \quad (2.28a)$$

$$\eta\tau_m \rightarrow 1 \quad (2.28b)$$

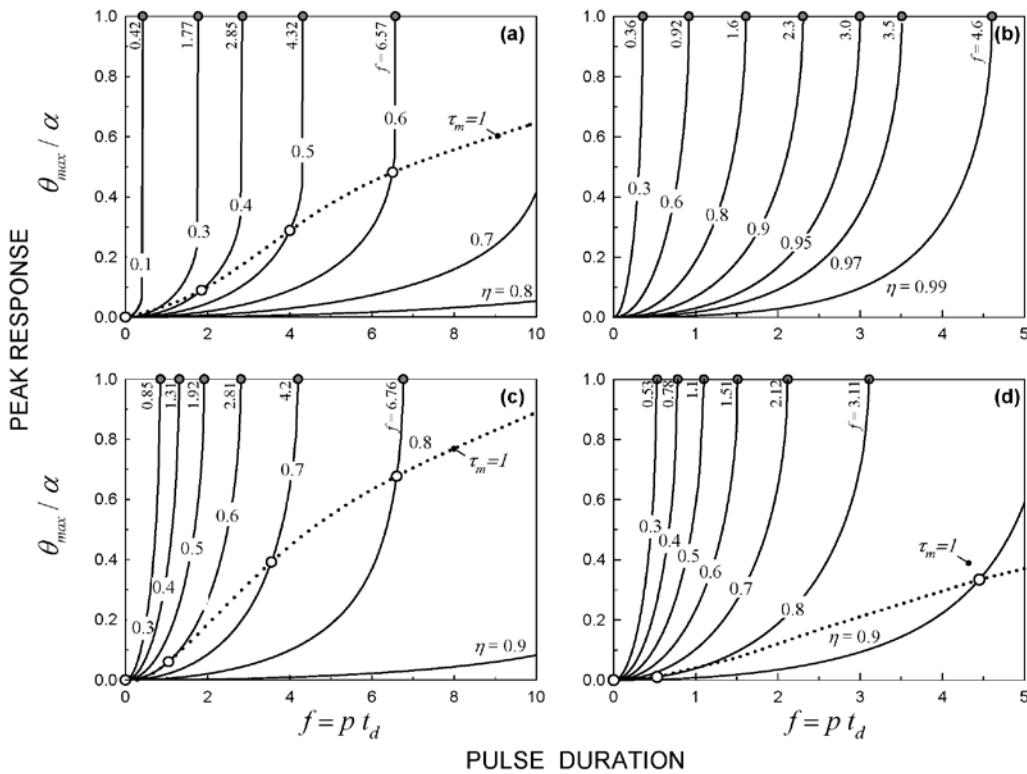


Σχήμα 2.10 Διπλή ασυμπτωτική αντιστοίχιση της λύσης για το χρόνο μέγιστης απόκρισης (παλμός ορθογωνικού σχήματος $\beta = -\infty$).

Η μέγιστη απόκριση λικνισμού μπορεί να προκύψει από τις Εξ (2.10) και (2.24), σαν κλάσμα της γωνίας α . Για παράδειγμα, στην απλή περίπτωση του ορθογωνικού παλμού, η μέγιστη γωνία λικνισμού δίνεται από

$$\theta_{max} = \frac{\alpha}{\eta} [\eta + (1 - \eta) \cosh(f \tau_m) - \cosh[f(\tau_m - 1)]] \quad (2.29)$$

Το Σχήμα 2.11 απεικονίζει την Εξ. (2.29) σχεδιασμένη σαν συνάρτηση της διάρκειας του παλμού και της αντοχής ανύψωσης.



Σχήμα 2.11 Μέγιστη απόκριση λικνισμού σαν συνάρτηση της αντοχής ανύψωσης και της διάρκειας του παλμού (περιοχή S) λόγω γενικευμένου παλμού ενός λοβού: (a) εκθετικός ($\beta = \pi$), (b) ορθογωνικός ($\beta \rightarrow -\infty$), (c) τριγωνικός ($\beta \rightarrow 0$) και (d) ημιτονοειδούς σχήματος ($\beta = -\pi$).

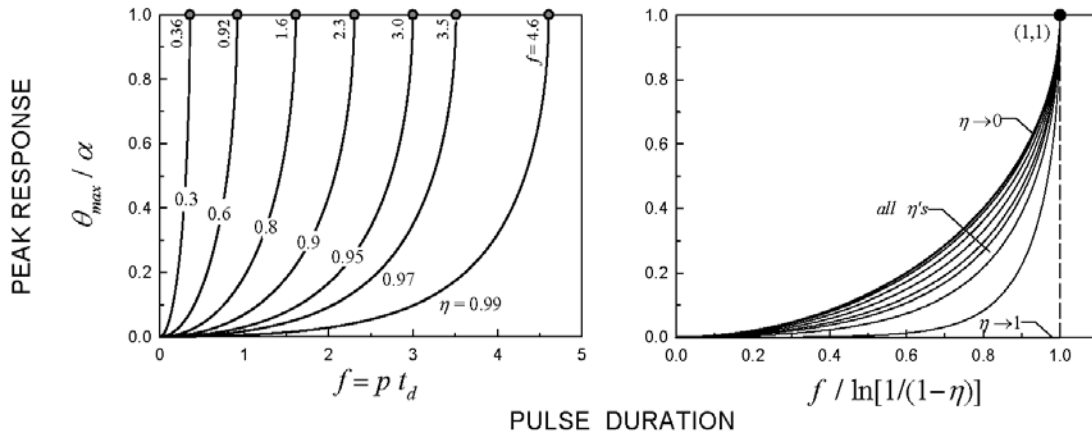
Με το ίδιο πνεύμα όπως προηγουμένως η Εξ. (2.29) μπορεί να κανονικοποιηθεί περαιτέρω με $\ln[1/(1-\eta)]$ οπότε προκύπτει

$$\frac{\theta_{max}}{\alpha} = \frac{1}{\eta} \left[\eta + (1-\eta) \cosh\left(\ln \left[\frac{(1-\eta)^{-\bar{f}} - 1 + \eta}{(1-\eta)^{\bar{f}} - 1 + \eta} \right] \right) - \cosh\left(\ln \left[\frac{(1-\eta)^{-\bar{f}} - 1 + \eta}{(1-\eta)^{\bar{f}} - 1 + \eta} \right] - \bar{f} \ln \left[\frac{1}{1-\eta} \right] \right) \right] \quad (2.30)$$

Η οριακή συμπεριφορά της Εξ. (2.30) για $\eta \rightarrow 0$ και $\eta \rightarrow 1$ δίνεται από τις Εξ. (2.31a) & (2.31b) αντίστοιχα (Σχήμα 2.12).

$$\frac{\theta_{max}}{\alpha} \rightarrow 1 - \cosh\left(\ln \sqrt{\frac{1+\bar{f}}{1-\bar{f}}}\right) + \bar{f} \sinh\left(\ln \sqrt{\frac{1+\bar{f}}{1-\bar{f}}}\right) \quad (2.31a)$$

$$\frac{\theta_{max}}{\alpha} \rightarrow 0 \quad (2.31b)$$



Σχήμα 2.12 Διπλή ασυμπτωτική αντιστοίχιση της λύσης για τη μέγιστη απόκριση (ορθογωνικός παλμός $\beta = -\infty$).

2.4.4 Χρόνος κρούσης

Σύμφωνα με την ανωτέρω ανάλυση η μέγιστη απόκριση για τους παλμούς μισού κύκλου που μελετήθηκαν εδώ, η γωνιακή ταχύτητα και επιτάχυνση είναι αρνητικές και η γωνία λικνισμού σταδιακά μειώνεται μέχρι την κρούση. Μετά την κρούση, ο λικνισμός θα μετατοπιστεί από το ένα άκρο του block στο άλλο οδηγώντας έτσι σε αρνητικές γωνίες ανύψωσης (Σχ. 2.1). Η μετάβαση θα συνοδεύεται πάντα από απώλεια ενέργειας που περιγράφεται από έναν συντελεστή επαναφοράς. Με δεδομένη τη φύση της διέγερσης μισού κύκλου, το block θα λικνιστεί σε σταδιακά μικρότερες γωνίες μέχρι να ισορροπήσει. Κατωτέρω θα εξεταστούν μόνο χρόνοι της πρώτης κρούσης.

Για $\tau_m \leq \tau_i \leq 1$ ο χρόνος κρούσης τ_i προκύπτει θέτοντας τη γωνιακή ταχύτητα στην Εξ. (2.10) ίση με το μηδέν:

$$\eta(1-e^\beta)(f^2-4\beta^2) = \beta[(f+2\beta)[1-\eta(1-e^\beta)]^{1-\frac{f}{2\beta}} e^{f\tau_i} - (f-2\beta)[1-\eta(1-e^\beta)]^{1+\frac{f}{2\beta}} e^{-f\tau_i}] + f^2 - 4\beta^2 - f^2 e^{2\beta(1-\tau_i)} - 2\beta f e^\beta (e^{f(\tau_i-1/2)} - e^{-f(\tau_i-1/2)}) \quad (2.32a)$$

η οποία, για αυθαίρετες τιμές του β , μπορεί να αντιμετωπιστεί αριθμητικά.

Για κρούση μετά το τέλος του παλμού (δηλ., $\tau_i \geq 1$), είναι δυνατή η ακόλουθη κλειστή λύση:

$$\tau_i = \frac{1}{f} \ln \left[\frac{\sqrt{y_2 y_3 + y_1^2} - y_1}{y_3} \right] \quad (2.32b)$$

όπου

$$y_1 = -\frac{\eta}{2\beta}(1-e^\beta)(f^2-4\beta^2) \quad (2.32c)$$

$$y_2 = -2fe^{\frac{f}{2}+\beta} + e^f(f+2\beta) + (f-2\beta)[1-\eta(1-e^\beta)]^{1+\frac{f}{2\beta}} \quad (2.32d)$$

$$y_3 = -2fe^{\frac{f}{2}+\beta} + e^{-f}(f-2\beta) + (f+2\beta)[1-\eta(1-e^\beta)]^{1-\frac{f}{2\beta}} \quad (2.32e)$$

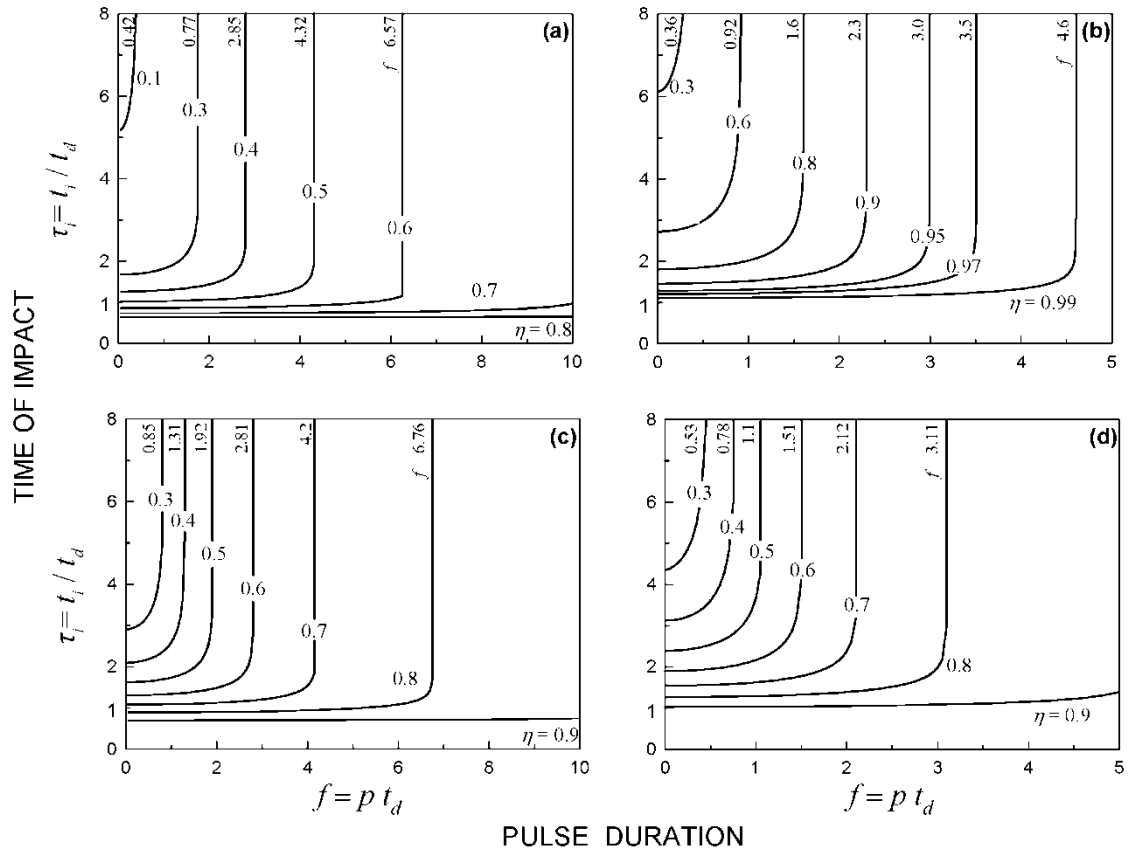
Ο χρόνος κρούσης για τις οριακές περιπτώσεις ορθογωνικού ($\beta \rightarrow -\infty$) και τριγωνικού ($\beta \rightarrow 0$) παλμού, που προκύπτουν από τις Εξ. (2.33) και (2.34a,b) δίνονται:

$$\tau_i = \frac{1}{f} \ln \left[\frac{(e^{-f}-1)\sqrt{e^f(1-\eta)}-\eta}{1-\eta-e^{-f}} \right] \quad (2.33)$$

$$\sinh f\left(\tau_i - \frac{\eta}{2}\right) - 2\sinh f\left(\tau_i - \frac{1}{2}\right) + f\left(\tau_i + \frac{\eta}{2} - 1\right) = 0 \quad (2.34a)$$

$$\tau_i = \frac{1}{f} \ln \left[\frac{-\sqrt{\left(e^f - 2e^{\frac{f}{2}} + e^{\frac{f\eta}{2}}\right)\left(e^{-f} - 2e^{-\frac{f}{2}} + e^{-\frac{f\eta}{2}}\right)} + \left(\frac{f\eta}{2}\right)^2 - \frac{f\eta}{2}}{e^{-f} - 2e^{-\frac{f}{2}} + e^{-\frac{f\eta}{2}}} \right] \quad (2.34b)$$

Τα αριθμητικά αποτελέσματα των εκφράσεων αυτών φαίνονται στο Σχ. 2.13.



Σχήμα 2.13 Χρόνος κρούσης σαν συνάρτηση της αντοχής ανύψωσης και της διάρκειας του παλμού (περιοχή S) για γενικευμένο εκθετικό παλμό: (a) εκθετικός ($\beta=\pi$), (b) ορθογωνικός ($\beta\rightarrow-\infty$), (c) τριγωνικός ($\beta\rightarrow 0$) και (d) ημιτονοειδής ($\beta=-\pi$).

Όπως και για το χρόνο μέγιστης απόκρισης, ο χρόνος της κρούσης μπορεί να κανονικοποιηθεί με $(1 + \sqrt{1-\eta}) / \eta$, το οποίο αντιστοιχεί στην τιμή του τ_i για μηδενική διάρκεια παλμού (Εξ. (2.33) για $f \rightarrow 0$), και η διάρκεια παλμού με $\ln[1/(1-\eta)]$ οπότε προκύπτει

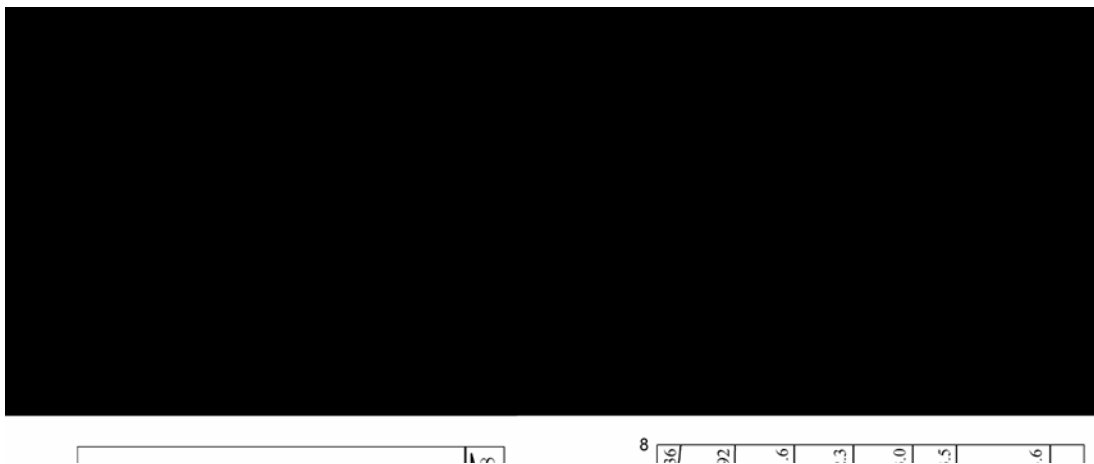
$$\frac{\eta \tau_i}{1 + \sqrt{1-\eta}} = \frac{1}{f} \frac{\eta}{(1 + \sqrt{1-\eta}) \ln[1/(1-\eta)]} \ln \left[\frac{[1 - (1-\eta)^{-\bar{f}}] \sqrt{(1-\eta)^{-\bar{f}+1} + \eta}}{(1-\eta)^{\bar{f}} - 1 + \eta} \right] \quad (2.35)$$

Η οριακή συμπεριφορά των Εξ. (2.35) για $\eta \rightarrow 0$ και $\eta \rightarrow 1$ δίνεται από τις Εξ (2.36a) & (2.36b) αντίστοιχα παρέχοντας τα πάνω και κάτω όρια της απόκρισης και μια διπλή ασυμπτωτική αντιστοίχιση (Σχήμα 2.14). Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι ο χρόνος κρούσης είναι πρακτικά ανεξάρτητος από τη διάρκεια του παλμού όταν $f / \ln[1/(1-\eta)]$ είναι μικρότερο από περίπου 0.8.

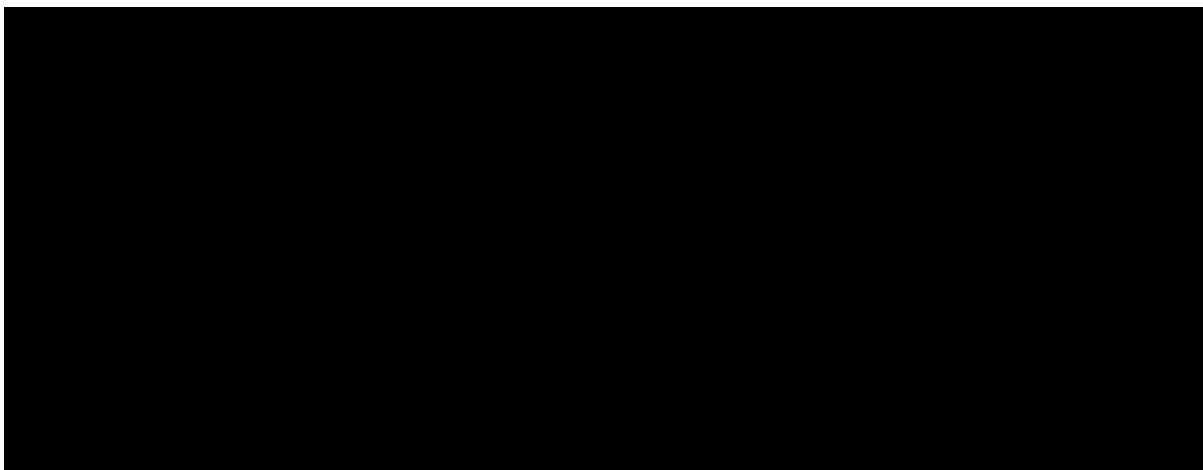
$$\frac{\eta \tau_i}{1 + \sqrt{1-\eta}} \rightarrow \frac{1}{2f} \ln \left[\frac{1+f}{1-f} \right] \quad (2.36a)$$

$$\frac{\eta \tau_i}{1 + \sqrt{1-\eta}} \rightarrow 1 \quad (2.36b)$$

Μια εναλλακτική άποψη είναι αυτή του Σχήματος 2.15 η οποία απεικονίζει το λόγο του χρόνου κρούσης προς το χρόνο μέγιστης απόκρισης. Αν και η κανονικοποίηση με $\ln[1/(1-\eta)]$ συμπίπτει με τα αποτελέσματα για $\eta \rightarrow 1$, δεν συμπεριφέρεται το ίδιο καλά για $\eta \rightarrow 0$.



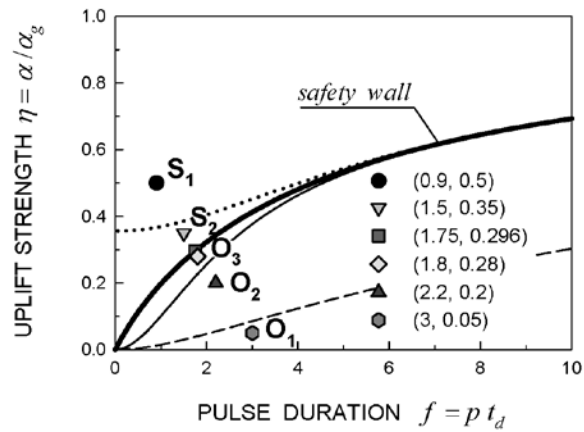
Σχήμα 2.14. Double asymptotic matching of the solution for time of impact (rectangular pulse shape $\beta=-\infty$).



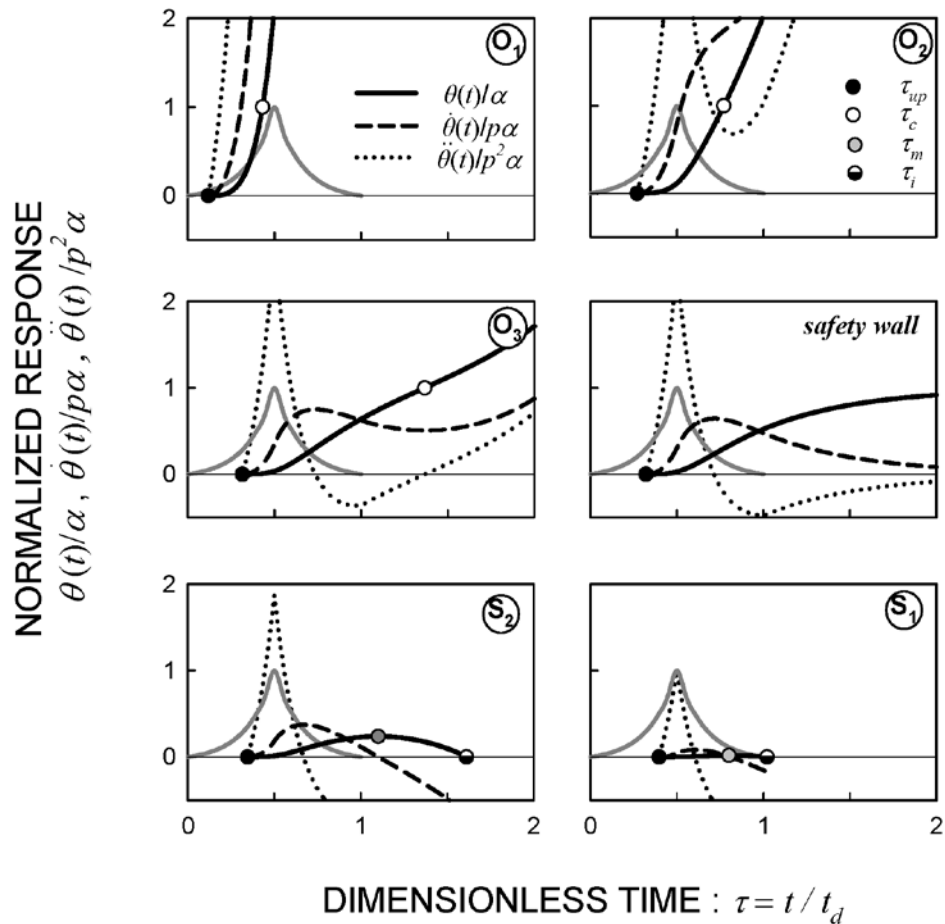
Σχήμα 2.15. Κανονικοποίηση του χρόνου κρούσης με τη μέγιστη απόκριση λικνισμού σαν συνάρτηση της αντοχής ανύψωσης και της διάρκειας παλμού (περιοχή S).

2.5 ΣΥΖΗΤΗΣΗ

Σύμφωνα με τα συστήματα του Σχήματος 2.16, στο Σχήμα 2.17 δίνονται παραδείγματα της συμπεριφοράς λικνισμού σε κάθε ένα από τα προαναφερθέντα συστήματα. Προφανώς, η περιοχή O_1 συνδέεται με μονοτονική αύξηση της γωνιακής μετακίνησης, ταχύτητας και επιτάχυνσης και οδηγεί σε «αστάθεια» απόκρισης κατά τη διάρκεια ανόδου του παλμού. Η περιοχή O_2 συνδέεται με ανάλογο τρόπο εκτός από μια πτώση της επιτάχυνσης στο τέλος του παλμού. Για συστήματα στην περιοχή O_3 η επιτάχυνση γίνεται αρνητική μετά το τέλος του παλμού (καθώς υπάρχει αρκετή ροπή επαναφοράς για $t = t_d$), δεν μπορεί όμως να αποτρέψει την ανατροπή καθώς η ταχύτητα ποτέ δεν μηδενίζεται. Τέλος στην περιοχή S η αρνητική επιτάχυνση στο τέλος του παλμού οδηγεί σε αντίστροφη κίνηση και, εξ αυτού, σε ευστάθεια καθώς το block δεν μπορεί να ανατραπεί μετά την κρούση. Να σημειωθεί ότι για την οριακή περίπτωση ορθογωνικού παλμού, και οι τρεις παράμετροι απόκρισης (δηλ. γωνιακή μετακίνηση, ταχύτητα και επιτάχυνση) είναι θετικές και τείνουν να αυξάνονται κατά τη διάρκεια του παλμού ($0 \leq \tau \leq 1$). Το γεγονός αυτό υπονοεί ότι η μέγιστη απόκριση λικνισμού συμβαίνει μετά το τέλος της διέγερσης. Αυτό όμως δεν ισχύει για μεγαλύτερες τιμές του β . (Σχ. 2.17).



Σχήμα 2.16 Παραδείγματα απόκρισης για διάφορες περιοχές λικνιζόμενου block κάτω από εκθετικό παλμό ($\beta = \pi$).



Σχήμα 2.17 16 Παραδείγματα απόκρισης για διάφορες περιοχές λικνιζόμενου block κάτω από εκθετικό παλμό ($\beta = \pi$).

2.6 ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Τα κύρια συμπεράσματα της ενότητας αυτής είναι:

1. Με τη βοήθεια ενός γενικευμένου σχήματος παλμού στην Εξ. (2.1) παρουσιάστηκαν νέες αναλυτικές λύσεις για το λικνισμό στερεών σωμάτων (blocks), καλύπτοντας έναν άπειρο αριθμό σχήματος παλμών κυμαινόμενων από τέλεια αιχμή ($\beta \rightarrow +\infty$), τέλειο τρίγωνο ($\beta \rightarrow 0$), έως τέλειο ορθογώνιο ($\beta \rightarrow -\infty$).
2. Η απόκριση σε λικνισμό βρέθηκε ότι εμφανίζει σύνθετες μορφές ακόμη και για έντονα ιδεατούς παλμούς όπως οι δεδομένοι.
3. Αποδείχθηκε ότι η ανατροπή διέπεται από μόνον δυο αδιάστατες παραμέτρους: την αδιάστατη διάρκεια παλμού f (δηλ., την πραγματική διάρκεια παλμού επί τη χαρακτηριστική συχνότητα του block) και την αδιάστατη αντοχή ανύψωσης η (δηλ., το λόγο ελάχιστης απαιτούμενης επιτάχυνσης για την ενεργοποίηση της ανύψωσης προς τη μέγιστη επιτάχυνση του παλμού). Από την άλλη μεριά στην περιοχή της γραμμικοποιημένης εξίσωσης κίνησης, η παράμετρος α που εκφράζει το πόσο υνίκορμο είναι το block, διαπιστώθηκε ότι κανονικοποιεί τέλεια την εξαρτημένη μεταβλητή θ , η οποία μπορεί να θεωρηθεί σαν παρόμοια ιδιότητα. Αυτή η συνεισφορά ωστόσο, πηγάζει από την δομή της διέπουσας εξίσωσης και όχι από διαστατικές θεωρήσεις όπως μέχρι τώρα θεωρείτο.
4. Προέκυψαν αναλυτικές εκφράσεις για το διαχωρισμό των περιοχών ασφάλειας (S) και Ανατροπής (O) σαν συνάρτηση των f και η . Ακολούθως, οι περιοχές O μπορούν να διαιρεθούν σε τρεις υποπεριοχές (Figs 2.4-2.7): Η περιοχή O_1 που αντιστοιχεί στην αστάθεια της απόκρισης κατά τη διάρκεια ανόδου του παλμού, η O_2 που αντιστοιχεί στην αστάθεια της απόκρισης κατά της διάρκεια καθόδου του παλμού και η O_3 όπου η κρίσιμη γωνία προσεγγίζεται μετά το τέλος του παλμού. Οι περιοχές S μπορούν να υποδιαιρεθούν σε υποομάδες S_1 για τη μέγιστη απόκριση λικνισμού που προκύπτει κατά τη διάρκεια του παλμού και S_2 για τη μέγιστη απόκριση που εμφανίζεται μετά τον παλμό. Σημειώνεται ότι, καθώς οι περιοχές O_1 και O_2 αντιστοιχούν σε ανατροπή κατά τη διάρκεια του παλμού, εφαρμόζουν ακόμη και σε εδαφικές κινήσεις με χρονολογίες που εκτείνονται πέρα από το τέλος του παλμού, t_d .
5. Με τη βοήθεια μιας απλής κλειστής έκφρασης εντοπίστηκε μια κρίσιμη γραμμή που διαχωρίζει την ασφάλεια από την ανατροπή (Εξ. 2.20).
6. Παρουσιάστηκαν απλές λύσεις για τη μέγιστη απόκριση λικνισμού συναρτήσει της μέγιστης γωνιακής μετακίνησης και του αντίστοιχου χρόνου. Εξαιτίας της υπερβατικής φύσης των συναρτήσεων απόκρισης όμως, δεν μπορούν να επιτευχθούν όλες οι λύσεις σε κλειστή μορφή.

Τέλος, καλό είναι να επαναληφθεί ότι, εξαιτίας της μονόπλευρης διέγερσης που θεωρήθηκε, η παρούσα εργασία δεν αντιμετωπίζει την ανατροπή μετά την κρούση, η οποία αντιπροσωπεύει τις πιο κρίσιμες περιπτώσεις για ένα εκτεταμένο εύρος πραγματικών συστημάτων. Ωστόσο, συμπληρώνει και επεκτείνει κλασσικές έρευνες στο θέμα παρέχοντας νέες λύσεις και εμβάθυνση στη φύση του προβλήματος. Επιπροσθέτως,

παρέχει συντηρητικά κριτήρια για την ανατροπή κάτω από παλμούς πλήρους κύκλου όταν το f είναι μικρότερο από περίπου 0,80.